Odwzorowanie logistyczne

Modelowanie komputerowe

Matejko Marek, Mazur Krzysztof, Paszkot Dawid

Fizyka Techniczna
Politechnika Krakowska

Plan Prezentacji

Spis treści

Cel pracy

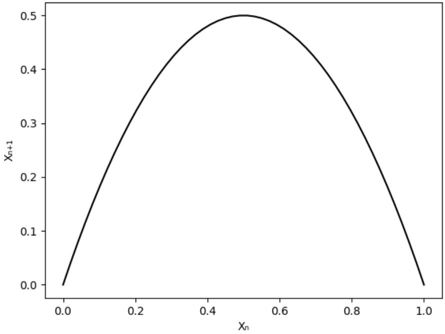
ANALIZA CHAOSU

Zadania:

- Naszkicowanie wykresów wartości populacji x_n w funkcji liczby generacji n
- Określenie charakterystycznych punktów na otrzymanych wykresach
- Naszkicowanie diagramu bifurkacyjnego

Odwzorowanie logistyczne (eng.: Logistic map)

Funkcja odwzorowująca przedział jednostkowy w siebie:

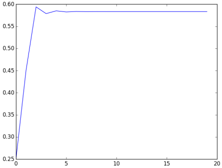


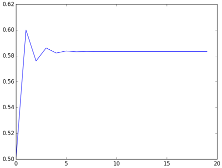
$$f(x_{n+1}) = \mu x_n(1 - x_n)$$
$$0 \geqslant x \geqslant 1; 0 > \mu > 4$$

Spis treści

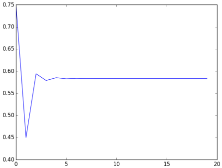
Przejściowość (eng.: Transients)

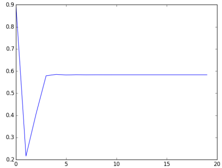
Nieregularne zachowania przed osiągnięciem stanu równowagi, które są inne dla różnych wartości początkowych





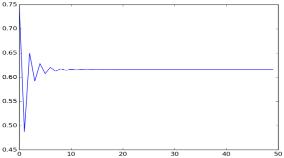
wykresy dla $\mu = 2.4$



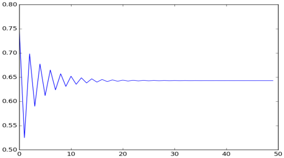


Asymptoty (eng.: Asymptotes)

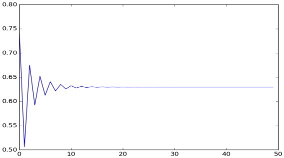
W niektórych przypadkach stan ustalony jest osiągany już po 20 pokoleniach, podczas gdy dla większych wartości μ mogą być potrzebne setki pokoleń. Te populacje w stanie równowagi są niezależne od wartości początkowych.



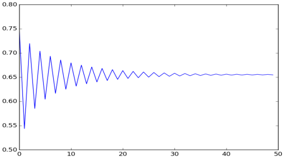
$\mu = 2,6$



$\mu = 2,8$



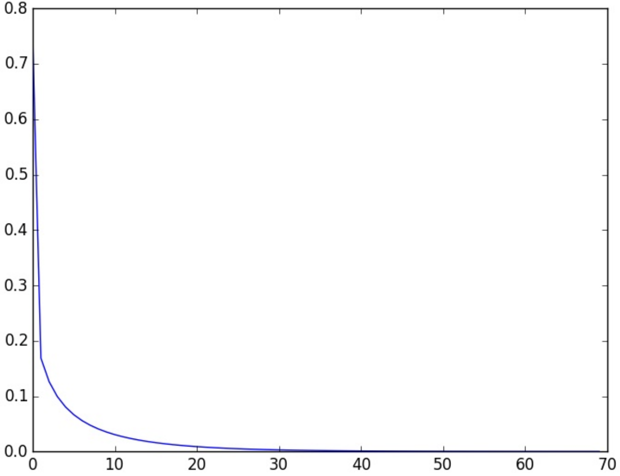
$\mu = 2,7$



$\mu = 2,9$

Wyginięcie (eng.: Extinction)

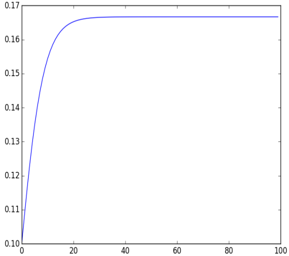
Jeśli tempo wzrostu jest zbyt niskie, $\mu \leqslant 1$, populacja wymiera

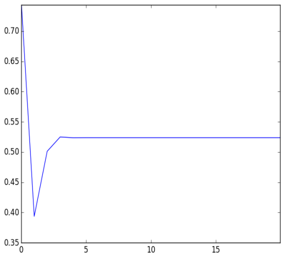


Stany stabilne (eng.: Stable states)

Stabilne stany pojedynczej populacji uzyskane dla $\mu < 3$ powinny zgadzać się z przewidywaniem

$$x_* = \frac{\mu - 1}{\mu}$$

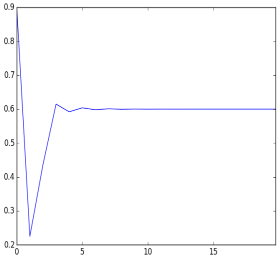


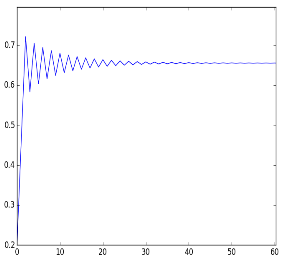


$$x_* = \frac{1,2 - 1}{1,2} = 0,167$$

$$x_* = \frac{2,1 - 1}{2,1} = 0,524$$

Stany stabilne



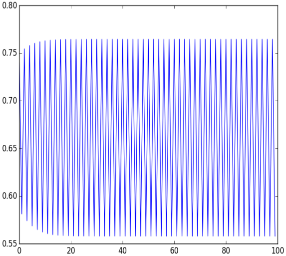


$$x_* = \frac{2,5-1}{2,5} = 0,6$$

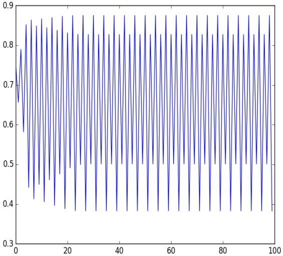
$$x_* = \frac{2,9-1}{2,9} = 0,655$$

Wiele cykli (eng.: Multiple cycles)

Badamy odwzorowanie pod kątem parametru wzrostu μ rosnącego od 3. Obserwujemy, jak system kontynuuje podwajanie okresów wraz ze wzrostem μ

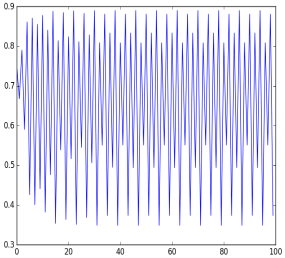


$\mu = 3,1$; dwa cykle

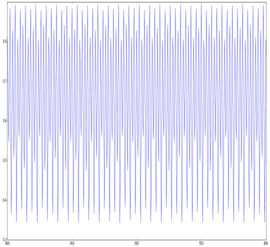


$\mu = 3,5$; cztery cykle

Wiele cykli



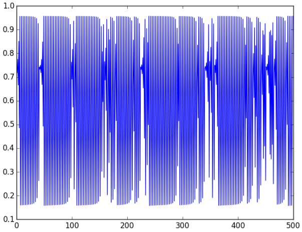
$\mu = 3,56$; osiem cykli

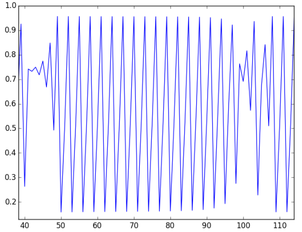


$\mu = 3,57$; szesnaście cykli

Intermitencja (eng.: Intermittency)

Obserwujemy symulacje dla $3,8264 < \mu < 3,8304$.
Tutaj system jest stabilny przez pewną liczbę pokoleń, a następnie skacze chaotycznie, by znów stać się stabilnym

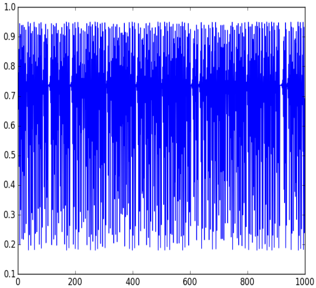




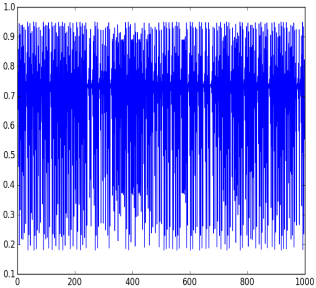
wykres dla $\mu = 3.828$

Chaos

Zachowanie systemu w obszarze chaotycznym jest bardzo zależne od dokładnych wartości początkowych μ i x_0



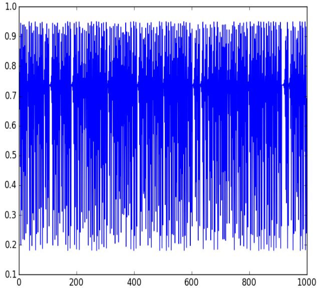
$x = 0,75$



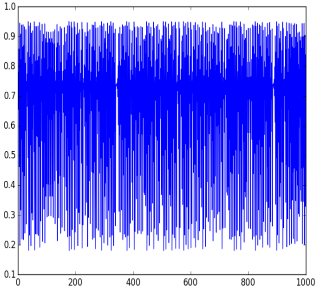
$x = 0,75(1+\epsilon);$

Chaos

$$\epsilon = 2 \cdot 10^{-14}$$



$\mu = 3,8$



$\mu = 3,8(1-\epsilon)$

Wykresy zaczynają podobnie, ale szybko stają się różne

Spis treści

Kod

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

%matplotlib notebook

us = np.linspace(1,4,1000)

N = 1000

x = .5+np.zeros(N)

endcap = np.arange(round(N*.8),N)



for ui in range (len(us)):

    for n in range(N-1):
        x[n+1] = us[ui]*x[n]*(1-x[n])

    k = np.unique(x[endcap])
    u = us[ui]*np.ones(len(k))
    plt.plot(u,k,'.')

plt.show()
```

Diagram bifurkacyjny

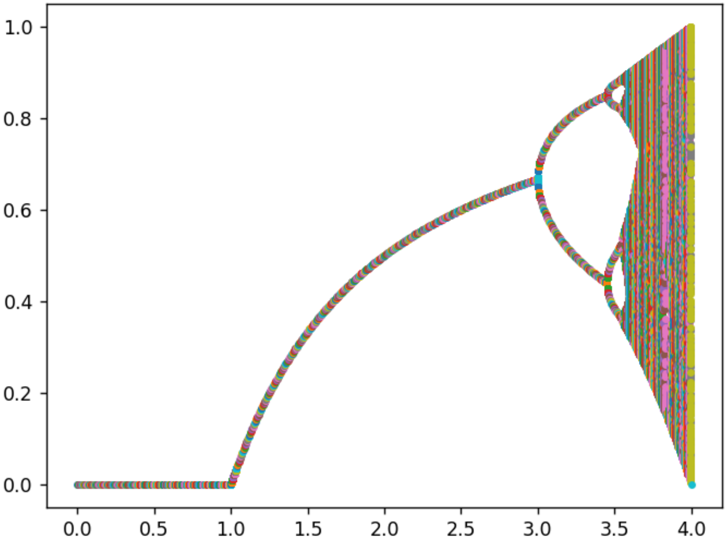


Diagram $\mu > 3$

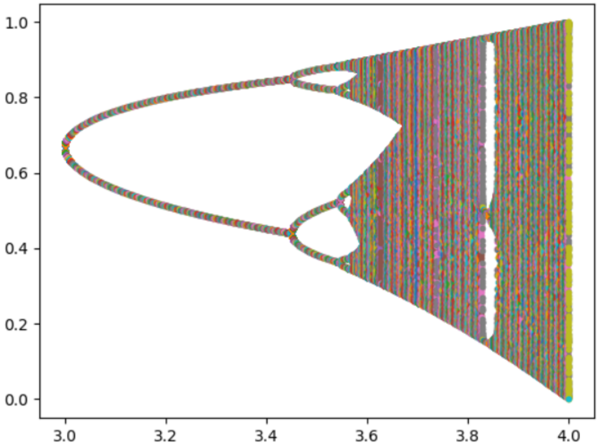


Diagram $\mu < 3.6$

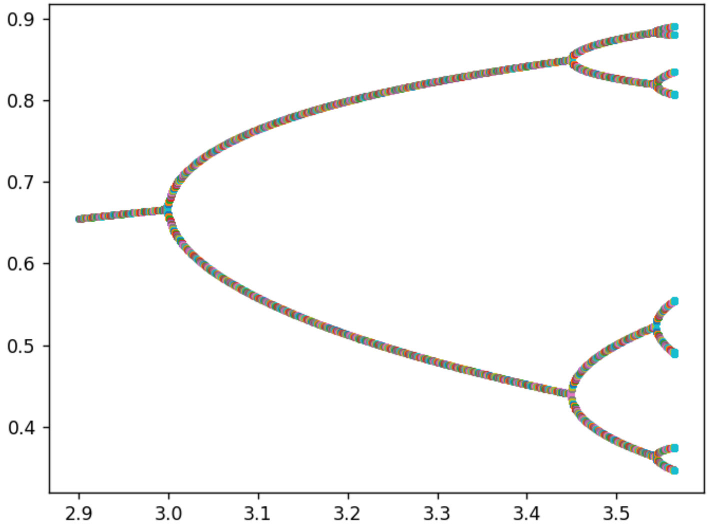
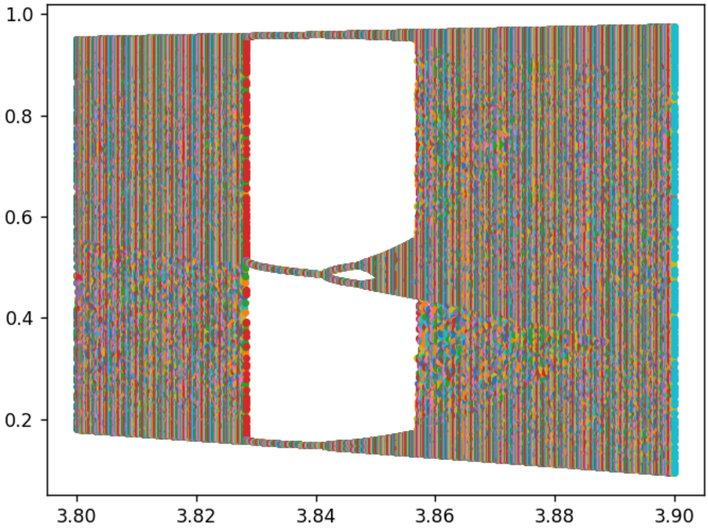


Diagram $\mu > 3.8$



Spis treści

Bibliografia

[1] https://pl.wikipedia.org/wiki/Python

[2] https://en.wikipedia.org/wiki/Logistic_map

[3] https://youtu.be/ovJcsL7vyrk

[4] https://youtu.be/1ApX-OHGOdw