

Wykorzystanie modelu wektorowego Helmholtza
do modelowania propagacji fal w wygiętym
falowodzie

Karol Janik, Michał Kazanecki

January 2021

1 Wstęp teoretyczny

Projekt ten polega na modelowaniu propagacji fali prowadzonej przez zakręt prostokątnego falowodu. Wybieramy fale pierwotną jako TE_{10} $f = 2.5$ GHz propagującą w dodatnim kierunku osi z (konwencja czasowa harmoniczna $e^{-i\omega t}$). Pole elektryczne jest podawane przez

$$\vec{E} = \vec{u}_y \frac{ik}{k_c} \sin(k_c x) e^{i\beta z}$$

gdzie $k_c = \frac{\pi}{a}$, $k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$ i $\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$. Wymiar przekroju poprzecznego falowodu to $a = 10$ cm oraz $b = 5$ cm, zagięcie jest kawałkiem okrągłego torusa o promieniu zewnętrznym 12 cm i promieniu wewnętrznym 2cm. Port wejściowy to ta część granicy, która jest normalna do osi z , port wyjściowy jest normalny do osi x , a reszta granicy to granica PEC. Warunek brzegowy PEC jest określony przez $\vec{n} \times \vec{E} = 0$, warunek brzegowy wejścia jest dany:

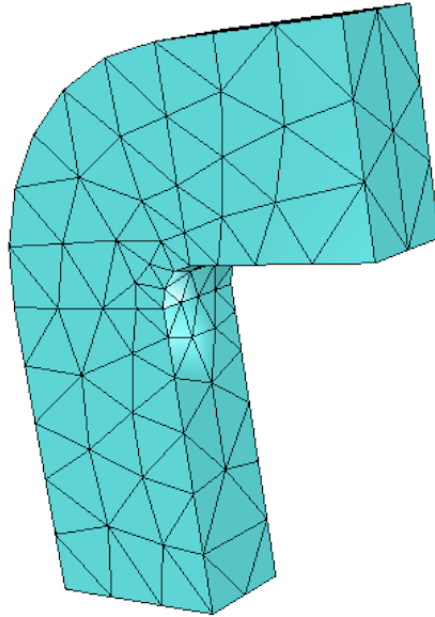
$$\vec{n} \times \nabla \times \vec{E} - i\beta \vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{E}) = i2\beta \vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{E}_p)$$

i wyjściowy warunek brzegowy:

$$\vec{n} \times \nabla \times \vec{E} - i\beta \vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{E}) = 0.$$

gdzie \vec{n} jest zewnętrzną normalną.

2 Elmer GUI



Definicje GUI wykorzystywane w tym poradniku znajdują się w folderze edf-extra i należy je ręcznie aktywować w ElmerGUI w następujący sposób:

File

Definitions

Append vectorhelmholtz.xml

Wczytujemy geometrie:

File

– open → *waveguide_bend.step*

Ponieważ modelujemy zjawisko falowe przy $f = 2.5\text{GHz}$, maksymalne H w siatce musi się znajdować w okolicy $\lambda \approx 8.3$:

Mesh

Configure..

Max H: 0.012

Apply

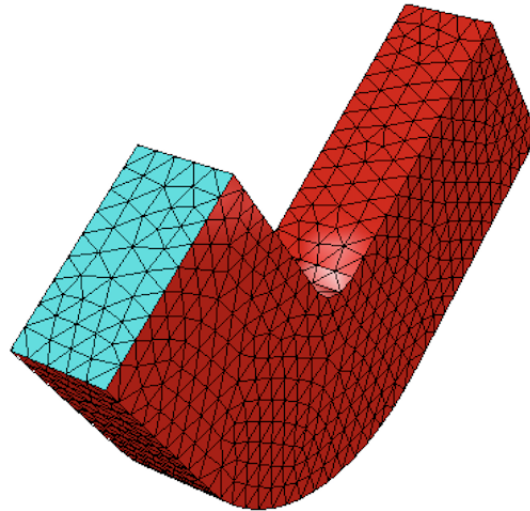
Mesh

Remesh

Dodajemy moduły solverów VectorHelmholtz i VectorHelmholtzCalcFields

```
Model
Equation -> Add..
Vector Helmholtz Post Process
Active = on
Priority 4
Result Output
Active = on
Priority 2
Vector Helmholtz Equation
Active = on
Apply to Bodies: Body 1
Angular Frequency = $ 2*pi*2.5e9
Priority 5
Free text input
$ a = 10e-2

$ b = 5e-2
$ c0 = 1/sqrt(8.854e-12*4*pi*10^-7)
$ omega=2*pi*2.5e9
$ k0 = omega/c0
$ kc = pi/a
$ beta0 = sqrt(k0^2-kc^2)
Edit Solver Settings
Linear system
Iterative = BiCGStabl
Preconditioning = vanka
BiCGStabl order = 6
Convergence tol = 1e-6
Apply
Add
OK
```



Tutaj w części umożliwiającej swobodne wprowadzanie tekstu zdefiniowano okresy, które ułatwiają zdefiniowanie tego modelu.

```
Model
Boundary Condition -> Add..
Name = PEC
VectorHelmholtz Equation
E re (e) = 0
E im (e) = 0
Apply to boundaries = 2...13
Add
OK
```

Zauważmy, że ponieważ siatka jest czworocienna warunek $E_{re/im}$ Dirichleta jest niepotrzebny. Sześcienne i piramidalne elementy przekształcone przez Piola mają DOF na powierzchniach elementów, co nadaje znaczenie f warunkom Dirichleta. Dodajemy warunek brzegowy portu wejściowego:

```

Model
Boundary Condition -> Add..
Name = Inport
Apply to boundaries = 14
VectorHelmholtz Equation
  Magnetic Boundary Load 2 [enter]
  Variable Coordinate 1
  Real MATC "-2*beta0*k0/kc*sin(kc*(tx+a/2))"
  Close
Electric Robin Coefficient im = $ beta0
Add
OK

```

Następnie granice portu wyjściowego:

```

Model
Boundary Condition -> Add..
Name = Outport
Apply to boundaries = 1
VectorHelmholtz Equation
  Electric Robin Coefficient im = $ beta0
Add
OK

```

Przypisujemy materiał do ciała:

```

Model
Material -> Add..
Apply to bodies: Body 1
Inverse Relative Permeability = 1
Relative Permittivity = 1
Add
OK

```

Przechodzimy do wyboru wyników, które mają zostać zapisane:

```

Model
Equation -> Equation 1
Vector Helmholtz Post Process
Edit Solver Settings
  Solver specific options
  Calculate Electric Field = on
  Calculate Magnetic Field Strength = on
  Calculate Poynting Vector = on
  Calculate Energy Functional = on
  Apply
Update
OK

```

Zapisujemy projekt i rozwiązujemy. Wynikowe pola powinny pojawić się w polku case0001.vtu gotowym do dalszego przetwarzania końcowego.

3 Wyniki

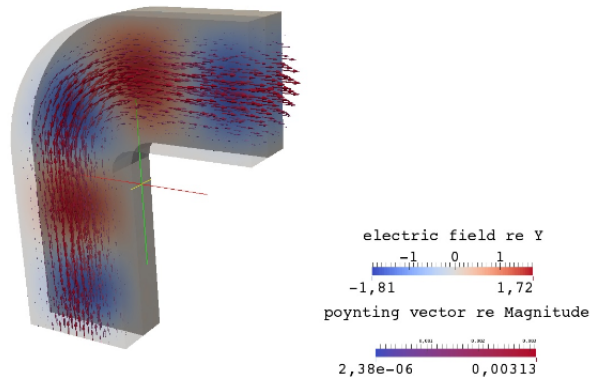
Jesteśmy zainteresowani wartością funkcjonalną energii w dzienniku. Należy go przeczytać (z przedrostkiem "VectorHelmholtzSolver")

Energy Functional value: -11284.937620324963 453999.53923919413

Pierwsza liczba to część rzeczywista, a druga to część urojona. Oznaczając to za pomocą $l(E)$ oznacza w tym przypadku, że:

$$l(E) = \frac{i\beta k_0^2 ab}{\nu k_c^2} (1 + \rho)$$

gdzie ρ jest współczynnikiem odbicia pola elektrycznego. Zatem $\rho \approx -0.22 + 0.24i$, co przekłada się na strate zwrotną w przybliżeniu 29,7 dB. Na rysunku niżej pokazano wektor Poyntinga oraz rzeczywistą część pola elektrycznego roztworu.



Literatura

- [1] *Elmer GUI Tutorials* CSC. IT Center for Science March 15, 2016