

Ruch ukośny

Weronika Smagór, Aleksandra Motor, Patryk Polczyk
Fizyka Techniczna III rok
Wydział Inżynierii Materiałowej i Fizyki Politechniki Krakowskiej

Listopad 2020
Kraków

Spis treści

1	Wstęp	2
2	Rzut ukośny	2
3	Program "Projectile Motion"	3
4	Podsumowanie	3

1 Wstęp

Gracze golfa i baseballu twierdzą, że uderzone piłki wydają się spadać z nieba na końcu ich trajektorii. Naszym zadaniem było ustalenie, czy istnieje fizyczne wytłumaczenie dla tego zjawiska. Znając podstawy z zakresu fizyki, po przeczytaniu opisu, stwierdziliśmy że mamy do czynienia z rzutem ukośnym. Ciało porusza się łukiem, by po pewnym czasie opaść na ziemię. Nadana jest mu prędkość początkowa o wartość v_0 skierowana pod kątem Θ do poziomu. W przypadku, gdy nie musimy uwzględniać oporu powietrza, torem ruchu jest parabola. Naszym zadaniem było ustalenie czy dodany opór zmieni tor kulki oraz graficzne przedstawienie trajektorii dla różnych rodzajów oporu, zmieniając wartość parametru n .

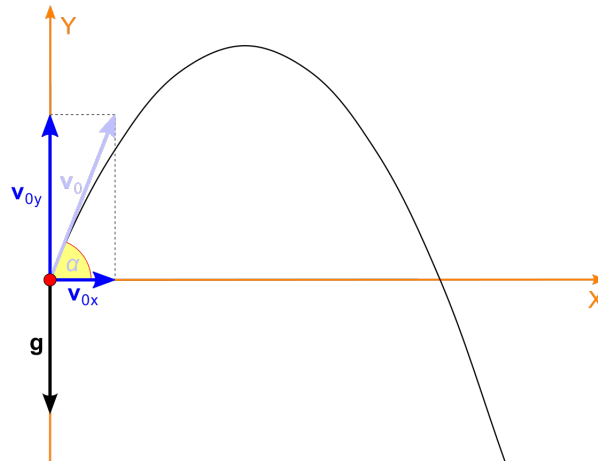
2 Rzut ukośny

Spójrzmy na lecącą kulę z boku. Położenie piłki możemy opisać za pomocą współrzędnych x oraz y , które będą zależały od czasu t . W chwili początkowej $t_0 = 0$ piłka będzie zaczynała ruch i znajdowała się tuż przy ziemi.

Wtedy również $x = 0$ oraz $y = 0$. Kulka będzie leciała w prawo oraz początkowo będzie wznosiła się w powietrze, aby następnie zacząć opadać.

Lecący w powietrzu obiekt będzie miał pewną prędkość v , której wektor skierowany jest pod pewnym kątem α do powierzchni ziemi. Wektor prędkości v rozbijamy na 2 składowe v_x (poziomą) oraz v_y (pionową).

W chwili początkowej $t_0 = 0$ (kiedy $x = 0$ i $y = 0$) ustalamy że mamy kąt α_0 oraz prędkość v_0 ze składowymi v_{0x} , v_{0y} .



Prędkość pozioma v_x nie będzie zmieniać się w żadnym punkcie trajektorii lotu, ponieważ jedyną siłą działającą na nasz obiekt to siła grawitacji skierowana prostopadłe do wektora prędkości v_x . Tak więc funkcja zależności położenia x od czasu t będzie dana wzorem $x(t) = v_{0x}t$ jak w każdym ruchu jednostajnym prostoliniowym. Podstawiając $v_0 \cos(\alpha)$ pod v_{0x} dostaniemy:

$$x(t) = v_0 t \cos(\alpha) \quad (1)$$

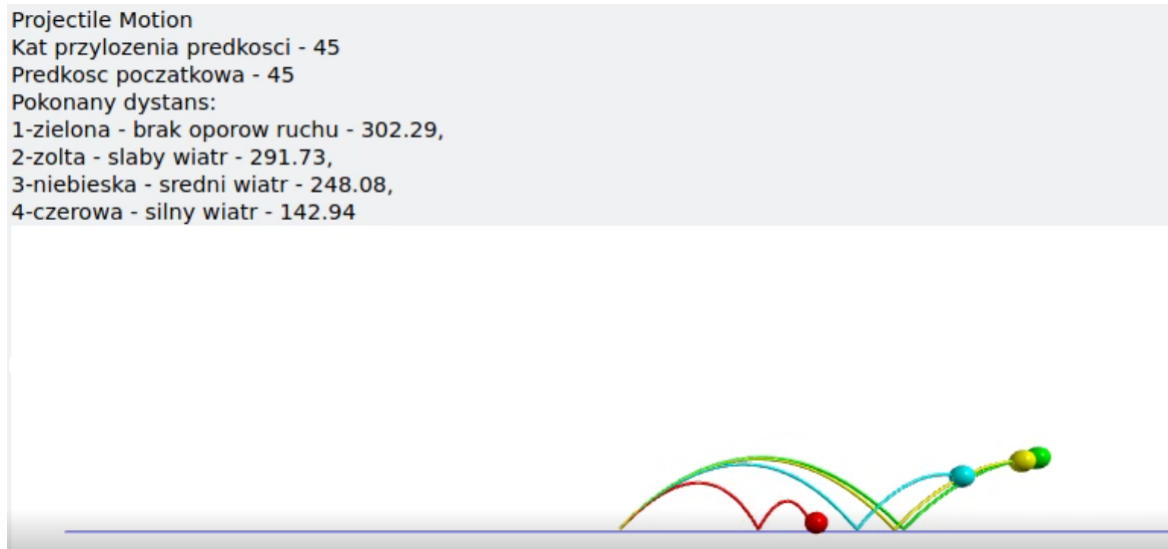
Natomiast na prędkość pionową oddziaływać będzie siła grawitacji. Ze względu na obecność przyśpieszenia grawitacyjnego ruch pionowy będzie ruchem jednostajnie przyśpieszonym z prędkością początkową v_{0y} oraz przyśpieszeniem grawitacyjnym $-g$. Minus wynika z tego, że przyśpieszenie grawitacyjne skierowane jest „w „dół” osi y . Zależność wysokości y od czasu t wyrazimy wzorem na położenie w ruchu jednostajnie przyśpieszonym, czyli $y(t) = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}$. Podstawiając $v_0 \sin(\alpha_0)$ pod v_{0y} dostaniemy:

$$y(t) = v_0 t \sin(\alpha_0) - \frac{gt^2}{2} \quad (2)$$

Tarcie zawsze działa w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu, co oznacza, że działa w kierunku przeciwnym do prędkości. Zastosowany przez nas model zakłada, że siła tarcia jest proporcjonalna do potęgi n prędkości pocisku:

$$F^{(f)} = -km|v|^n \frac{v}{|v|} \quad (3)$$

3 Program "Projectile Motion"

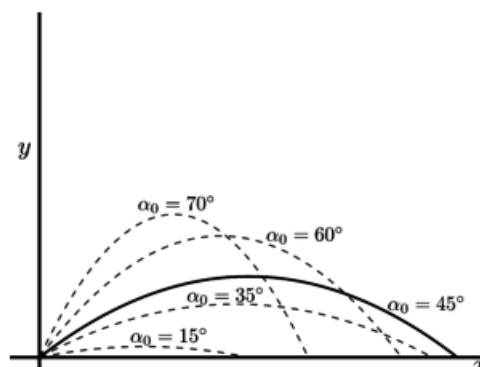


Rysunek 1: Wizualizacja programu "Projectile Motion".

Przedstawiliśmy graficznie cztery tory ruchu odpowiednich kulek. Zbadaliśmy ich zachowanie, uwzględniając przy tym różne opory powietrza. Prędkość początkowa jest dla wszystkich kulek tak sama. Pierwszy przypadek dotyczy zielonej kulki poruszającej się przy braku oporu powietrza. Widać, że zasięg ruchu jest najdłuższy, tuż za nią podąża żółta kulka, przy której uwzględniliśmy słaby wiatr ($n = 1$). Najkrótszy zasięg ruchu posiada czerwona kulka, jak łatwo stwierdzić, ma największą wartość oporu powietrza ($n = 2$). Przy czwartej kuli uwzględniliśmy średni wiatr ($n = \frac{3}{2}$), jej zasięg ma wartość większą niż zasięg kulki czerwonej lecz mniejszą niż żółtej.

4 Podsumowanie

Wykonana wizualizacja rzutu pokazała, że dodany opór zmienił tor kulki. Wykonaliśmy także graficzne przedstawienie trajektorii dla różnych rodzajów oporu, zmieniając wartość parametru n . Ustaliliśmy, że największy zasięg rzutu otrzymujemy dla kąta $\alpha_0 = 45^\circ$. Płaski tor rzutu spowoduje, że piłka nie wykorzystuje całej prędkości. Celując wyżej możemy dorzucić piłkę dalej, natomiast jeśli przesadzimy wzbije się ona wysoko, ale spadnie tuż przy nas.



Rysunek 2: Wpływ kąta początkowego α_0 na zasięg rzutu.

Rzut ukośny napotyka opory ruchu, które wynikają z gęstości ośrodka, w którym odbywa się ruch. Można powiedzieć, że kulka musi pokonać siłę tarcia ośrodka kosztem energii kinetycznej. Dlatego kulka z każdym odbiciem pokonuje mniejsze odległości.

Literatura

- [1] A Survey of Computational Physics Introductory Computational Science, Rubin H Landau, Manuel J Paez, Cristian Bordeianu, Princeton University Press, 2008
- [2] https://en.wikipedia.org/wiki/Projectile_motion
- [3] <https://matematyka.poznan.pl/arttykul/rzut-ukosny/>