PROJEKT-WARTOŚCI I WEKTORY WŁASNE MACIERZY

Łukasz Siemieniec,Kondrat Skutnik,Natalia Wójcik

11/05/2021

Spis treści

1 Wstęp

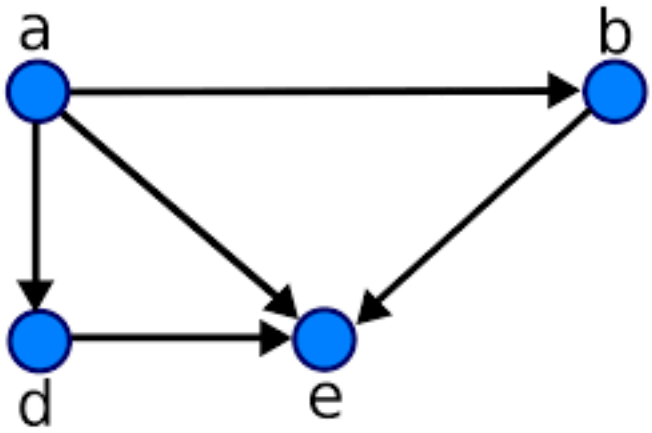
Grafy to coś z czym każdy się spotkał w swoim życiu.Można sobie go wyobrazić za pomocą graniastosłupów ponieważ graf to zbiór wierzchołków i krawędzi ze sobą połączonych w taki sposób ze każda krawędz kończy i kończy jakimś wierzchołkiem czyli jak graniastosłup.
Z Macierzą Googla też się każdy z nią spotkał podczas korzystania z wyszukiwarki Googla.
Te dwie rzeczy będziemy wykorzystywać w naszym programie

2 Cel Pracy

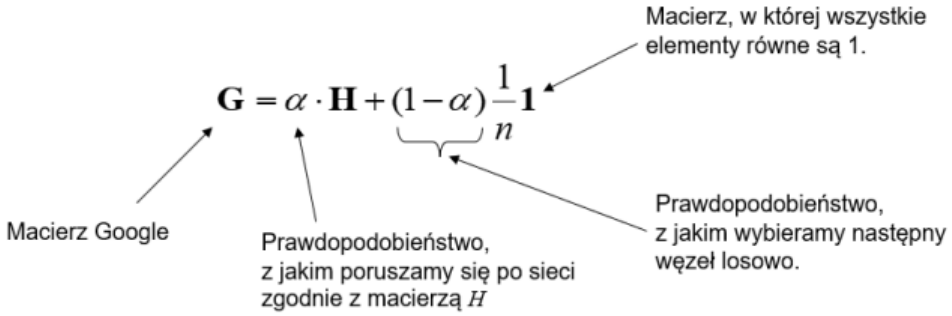
Nasz program służy do wyznaczenia maksymalnej wartości własnej i odpowiadającego jej wektora własnego przy pomocy Grafu skierowanego i Macierzy Googla.Projekt podzieliśmy na dwa etapy: w pierwszej części stworzyliśmy graf skierowany o kilkudziesięciu węzłach (N) i krawędziach (E), korzystając z metody gnm-random-graph(N,E,directed=True) zawartej w bibliotece networkx. W drugiej części stworzyliśmy funkcję power2 o parametrach A-graf skierowany oraz alpha - prawdopodobieństwo poruszania się po macierzy H i stworzyliśmy macierz Googla. Obliczyliśmy wartości własne macierzy G dla dwóch wartości parametru alpha i zobrazowaliśmy je na płaszczyźnie zespolonej. Funkcja zwracała wartości i wektory własne.

3 Pojęcie grafu skierowanego, Macierzy Googla

Graf skierowany definiuje się jako uporządkowaną parę zbiorów.W pierwszym zbiorze znajdują się wierzchołki grafu, a drugi składa się z krawędzi grafu, czyli uporządkowanych par wierzchołków. Ruch po grafie możliwy jest tylko w kierunkach wskazywanych przez krawędzie.



MAcierz Googla-macierz która jest wykorzystywana przez algorytm PageRank. Macierz przedstawia wykres z krawędziami reprezentującymi łącza między stronami. PageRank każdej strony może być następnie generowany iteracyjnie z macierzy Google przy użyciu metody potęgowej.Aby metoda potęgowa była zbieżna, macierz musi być stochastyczna.



Rysunek 1: wzór na Macierz Googla

4 Przedstawienie kodu projektu

Zaczynamy od wykonania Grafu

```
import matplotlib.pyplot as plt
import networkx as nx
import numpy as np
```

Rysunek 2: biblioteki które zostały wykorzystane w programie

```
edgelist = [(1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 5), (4, 2),
            (4, 5), (4, 6), (5, 6), (5, 7), (6, 8), (7, 1),
            (7, 5), (7, 8), (8, 6), (8, 7)]
```

Rysunek 3: Edge list

```
A = nx.DiGraph(edgelist)
```

Rysunek 4: nazwa grafu skierowanego

```
def cz1(N, E):
    A = nx.gnm_random_graph(N, E+10*N, directed=True)
    nx.draw(A, with_labels=True)
    plt.show()
```

Rysunek 5: nazwa grafu skierowanego

```python
def power(A, B, debug=False):
    B = nx.stochastic_graph(A)
    H = nx.to_numpy_array(B).T
    n = H.shape[0]
    x = np.zeros(n)

    x[0] = 1
    for i in range(n):
        x = np.dot(H,x)
        if debug:
            print(x)
    return x
```

Rysunek 6: tworzenie grafu stochastycznego

Teraz bierzemy się za drugą cześć projektu czyli przy użyciu Macierzy Googla wyznaczamy wartości i wektory własne macierzy

```python
def power2(A, alpha):
    B = nx.stochastic_graph(A)
    H = nx.to_numpy_matrix(B).T
    n = 8
    G = alpha*H+(1-alpha)*(1/n)*np.ones(n)
    wart, wekt = np.linalg.eig(G)
    print(H)
    return wart, wekt
```

Rysunek 7: Zaimplementowanie wzoru na Macierz Googla do programu

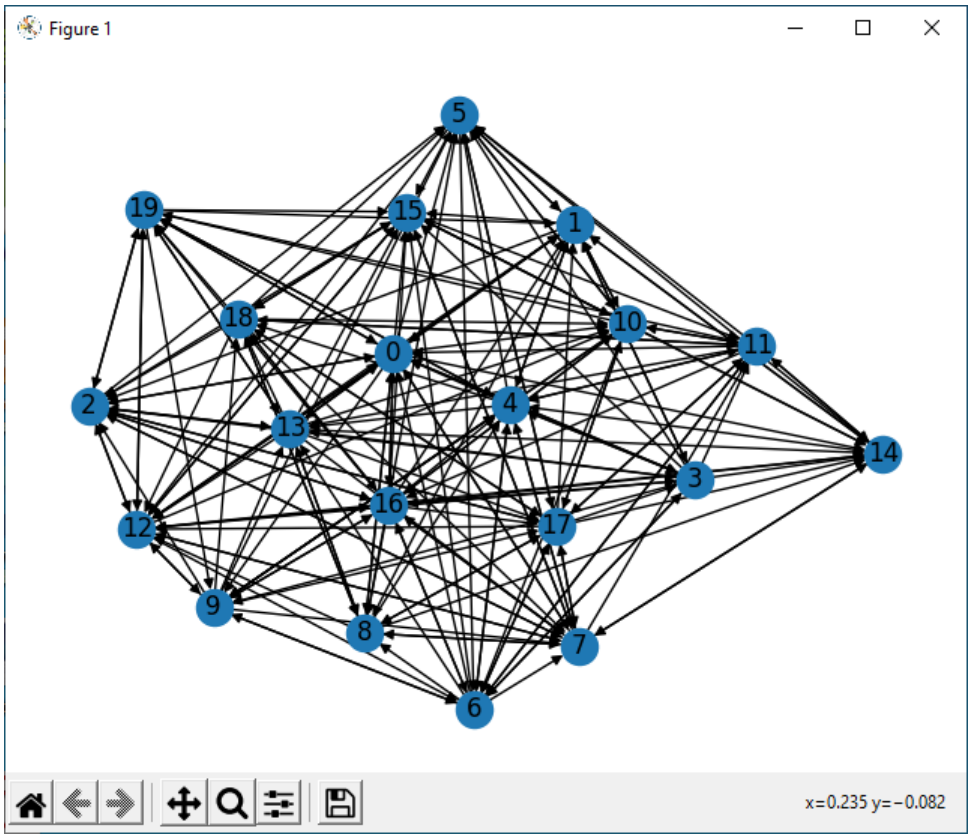
```
def cz2():
    # dla alpha = 1
    wartosci, wektory = power2(A, 1)
    plt.scatter(wartosci.real, wartosci.imag)
    settings()
    plt.title("Wartosci własne dla alpha = 1")
    plt.xlabel("część rzeczywista")
    plt.ylabel("część urojona")
    plt.show()
    print("Jest spełniona dla alpha = 1")
```

Rysunek 8: Tworzenie wykresu wartości własnych macierzy dla alfa=1

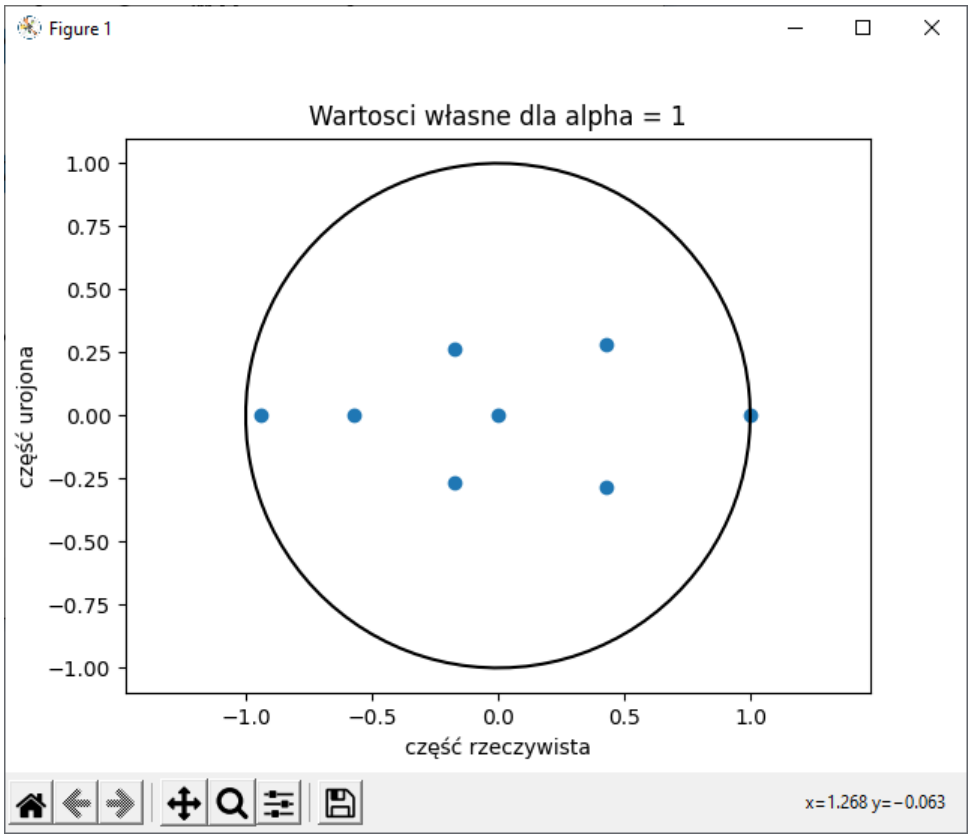
```
def cz2():
    # dla alpha = 0.6
    wartosci, wektory = power2(A, 0.6)
    plt.scatter(wartosci.real, wartosci.imag)
    settings()
    plt.title("Wartosci własne dla alpha = 0.6")
    plt.xlabel("część rzeczywista")
    plt.ylabel("część urojona")
    plt.show()
```

Rysunek 9: Tworzenie wykresu Wartości własnych macierzy dla alfa=0,6

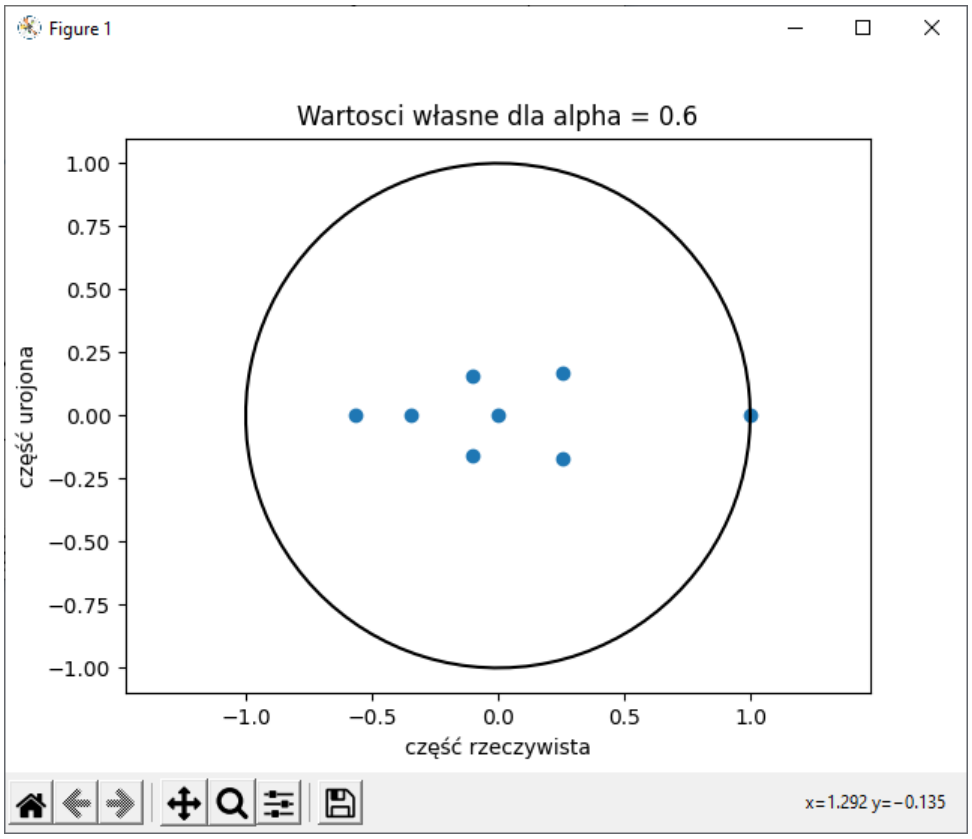
5 Pokazanie otrzymanych wykresów za pomocą programu



Rysunek 10: Stworzenie za pomocą programu grafu



Rysunek 11: Wykres wartości własnych macierzy dla alfa=1



Rysunek 12: Wykres wartości własnych macierzy dla alfa=0,6

6 Podsumowanie

Jak widać udało nam się przy pomocy wykonanego programu znaleść wartości własne macierzy. Jak widzimy na wykresach w niektórych miejscach są dwie wartości różniące się tylko znakiem.Jest tak ponieważ jak Wartości własne posiadają część urojoną to mają dwie wartości:taką sam część rzeczywistą oraz cześć urojoną tylko z przeciwnymi znakami

7 Bibliografia

1.https://pl.wikipedia.org/wiki/Macierz$_stochastyczna$
2.$https://pl.xcv.wiki/wiki/Google_matrix$
3.$https://pl.wikipedia.org/wiki/Graf_(matematyka)$
4.$https://www.python.org/$