Liczby losowe i metoda Monte Carlo

Damian Rożkowicz

Liczby losowe, a psuedolosowe

Liczba losowa jest liczbą x należącą do zbioru wartości od x1 do xn wybieranych z pewnym prawdopodobieństwem. Jeśli jako x może pojawić się każda z liczb zbioru z tym samym prawdopodobieństwem p(x) = 1/x, to mówimy o równomiernym rozkładzie prawdopodobieństwa liczb losowych z tego zbioru. Na przykład rozważmy rzut kostką. Każdy rzut daje liczbę losową x ze zbioru 1,2,3,4,5,6. Jeśli kostka nie jest oszukana, to każda z możliwych wartości r pojawia się w rzucie kostką z prawdopodobieństwem p(x) = 1/6. Czyli liczby losowe mają równy rozkład prawdopodobieństwa.

Z uwagi na to, że nie możemy uzyskać prawdziwych liczb losowych w prosty sposób to trzeba uzyskać je zastąpić sztucznym odpowiednikiem, czyli liczbami pseudolosowymi. Liczby pseudolosowe są tworzone algorytmicznie. Oznacza to, że posiadając wzór generacyjny i kilka kolejnych liczb pseudolosowych można wygenerować wszystkie dalsze. Tej cechy nie posiadają liczby losowe.

Liczby losowe, a psuedolosowe

- Komputer nie może losować liczb
- Stostuje ciągi liczbowe o ustalonych z góry wartościach, które bardzo dobrze imitują ciągi liczb losowych.
- Komputery generują liczby w tym przypadku pseudolosowe generowane z rozkładu jednostajnego
- Dany rozkład można generować poprzez funkcję odwrotną do dystrybuanty

Metoda Monte Carlo

Metoda została opracowana przez zespół wielkiego węgierskiego matematyka Johna von Neumanna podczas II wojny światowej.

Metoda Monte Carlo jest stosowana w różnych działach matematyki numerycznej. Obejmuje ona obliczenia używane do algorytmów zrandomizowanych. Służy do matematycznego modelowania procesów zbyt złożonych (obliczenia całek, łańcuchów procesów statystycznych), aby można było przewidzieć ich wyniki za pomocą podejścia analitycznego. Metoda ta może być stosowana wszędzie tam, gdzie badane zagadnienie można opisać teoretycznie w ujęciu stochastycznym, chociaż samo zagadnienie może mieć przy tym charakter ściśle deterministyczny.

Metoda Monte Carlo

Wykorzystywana jest zwłaszcza w fizyce statystycznej i statystyce Bayesowskiej. Istotą rolę w metodzie Monte Carlo jest losowanie przypadkowe wielkości charakteryzujących proces, dotyczy to zarówno rozkładów procesów prostych lub złożonych. Składa się ona z następujących głównych części: sformułowanie modeli stochastycznych badanych procesów realnych, modelowania zmiennych losowych o danym rozkładzie prawdopodobieństwa, rozwiązywania problemu statystycznego z zakresu teorii estymacji. Z matematycznego punktu widzenia etapy algorytmów Monte Carlo dzielą się na sposoby tworzenia losowych zmiennych, a następnie redukcji ich błędów oraz estymacji dokładności.

Metoda Monte Carlo w 12 krokach

1. określenie parametru stanowiącego podstawę miernika danego problemu finansowego np. zysk, poziom zadłużenia czy stopa zwrotu,

2. budowanie modelu finansowego badanego problemu, przy wykorzystaniu matematycznych zależności pomiędzy najważniejszymi zmiennymi np. zmienne deterministyczne przyjmujące tylko jedna wartość lub zmienne losowe przyjmujące wiele wartości,

3. określenie odpowiedniego rozkładu prawdopodobieństwa dla każdej zmiennej losowej,

4. rozkład prawdopodobieństwa każdej zmiennej losowej musi być przetworzony do postaci skumulowanego rozkładu prawdopodobieństwa,

Metoda Monte Carlo w 12 krokach

5. każdej wartości zmiennej losowej musi być przypisana odpowiednia wartość losowa,

6. dla każdej liczbie losowej musi istnieć możliwość wygenerowania liczby losowej,

7. każdej liczbie losowej musi być przypisana odpowiednia wartość zmiennej losowej,

8. odpowiednia wartość zmiennej losowej, określona w poprzednim kroku, musi być wykorzystana do wyznaczenia podstawowego miernika danego problemu,

Metoda Monte Carlo w 12 krokach

9. wartość wyznaczona w kroku 8 musi być zapamiętana,

10. powtarzanie kroków od 6-9 wiele razy,

11. wartość podstawowego miernika zapamiętanego z kroku 9 staje się podstawą do określenia jego rozkładu prawdopodobieństwa i skumulowanego rozkładu prawdopodobieństwa,

12. skumulowany rozkład prawdopodobieństwa utworzony w kroku 11 musi zostać przeanalizowany, gdzie zostają wyznaczone parametry statystyki opisowej