Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Opis problemu oraz programu

Grzegorz Łach
Paula Chajduła

07.02.2020

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

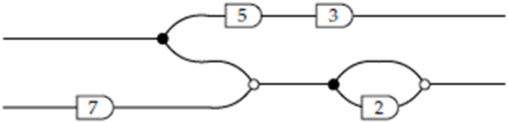
.1 Porównywanie systemów jako współdziałających procesorów sygnałowych Systemy cyber-fizyczne to systemy, które obejmują ściśle oddziałujące części fizyczne i komputerowe. Przykładem jest autonomiczny samochód: czujniki informują system decyzyjny, który steruje jednostką sterującą, która jeździ samochodem, którego ruch zmienia sensoryczny wkład. Podczas gdy takie systemy obejmują złożone interakcje wielu różnych podsystemów - zarówno fizycznych, jak np. Napędzanie koła przez silnik lub napięcie umieszczone na przewodzie, jak i obliczeniowych, takich jak program, który przyjmuje zmierzoną prędkość i zwraca pożądane przyspieszenie - często użyteczne jest modelowanie zachowania systemu, ponieważ upraszcza on przekazywanie i przetwarzanie sygnałów.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

W tym ilustracyjnym szkicu będziemy myśleć o sygnałach jako o rzeczach, które możemy dodawać i pomnażać, takich jak liczby rzeczywiste. Interakcje w systemach cyberfizycznych często można rozumieć jako współdzielenie zmiennych: tzn. Gdy dwa systemy są połączone, pewne zmienne stają się wspólne. Na przykład, gdy połączymy dwa wagony pociągu za pomocą połączenia fizycznego, wagony pociągu muszą mieć tę samą prędkość, a ich pozycje różnią się o stałą.. Podobnie, gdy połączymy dwa porty elektryczne, potencjały elektryczne na tych dwóch portach muszą być teraz takie same, a prąd przepływający do jednego musi być równy prądowi wypływającemu z drugiego. Oczywiście sposób, w jaki używana jest zmienna współdzielona, może być bardzo różny dla różnych używających ją podsystemów, ale współdzielenie zmiennej służy jednak do połączenia tych systemów.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Zauważ, że oba powyższe przykłady dotyczą fizycznego połączenia dwóch systemów; w bardziej przenośni możemy wyrazić wzajemne połączenie poprzez narysowanie linii łączącej pola reprezentujące systemy. W najprostszej formie jest to uwidocznione przez formalizm wykresów przepływu sygnału, należny Claude Shannon w latach 40. XX wieku. wykres przepływu sygnału:



(5.1)

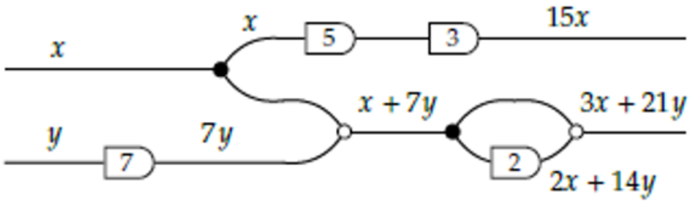
Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Traktujemy zwisające przewody po lewej stronie jako wejścia, a przewody po prawej jako wyjścia. W równ. (5.1) widzimy trzy typy jednostek przetwarzania sygnałów, które interpretujemy w następujący sposób:

- Każda jednostka oznaczona liczbą a pobiera dane wejściowe i mnoży je przez liczbę.
- Każda czarna kropka pobiera dane wejściowe i tworzy dwie kopie
- Każda biała kropka pobiera dwa dane wejściowe i generuje ich sumę.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Tak więc powyższy wykres przepływu sygnału przyjmuje dwa sygnały wejściowe, powiedzmy x (na lewym górnym przewodzie) i y (na lewym dolnym przewodzie), a przejście od lewej do prawej, jak opisano powyżej, daje dwa sygnały wyjściowe: u = 15x (u góry po prawej) i v = 3r + 21y (u dołu po prawej). Pokażmy kilka kroków z tego obliczenia (pozostawiając innym na avold bałagan):



Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Innymi słowy, wykres przepływu sygnału mnoży najpierw y przez 7, a następnie dzieli x na dwie kopie, dodaje drugą kopię x do niższego sygnału, aby uzyskać x + 7y i tak dalej.

Wykres przepływu sygnału może opisywać system szpiegowski lub może określać system do zbudowania. W obu przypadkach ważne jest, aby móc analizować te diagramy, aby zrozumieć, w jaki sposób system złożony przekształca dane wejściowe w dane wyjściowe.

Przypomina to problem wspólnego projektowania z rozdziału 4, który pyta, jak ocenić złożoną relację wykonalności na podstawie diagramu prostszych relacji wykonalności. Możemy wykorzystać ten proces oceny do ustalenia, czy dwa różne wykresy przepływu sygnału w fa określają tę samą specyfikację.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

W tym rozdziale przedstawiamy jednak kategoryczne narzędzia-rekwizyty i ich prezentacje do bardziej bezpośredniego rozumowania za pomocą diagramów: Przypomnijmy z rozdziału 2, że symetryczne monoldalne zamówienia przedpremierowe są rodzajem symetrycznej monoidalnej kategorii, w której morfizmy są ograniczone do bardzo prostych: można być co najwyżej jednym morfizmem między dowolnymi dwoma obiektami: w tym miejscu wykresy przepływu sygnału przedstawiają morfizmy w innym, uzupełniającym uproszczeniu koncepcji symetrycznej kategorii monoidalnej, znanej jako rekwizyt. Rekwizyt Jest symetryczną kategorią monoldalną, w której obiekty muszą być bardzo proste: są generowane przy użyciu iloczynu monoidalnego tylko przez jeden obiekt. system pozytywny, a zatem, aby potwierdzić, że system spełnia daną Historycznie, słowo prop zostało napisane wielkimi literami, PROP oznacza „produkty i permutacje

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Podobnie jak schematy okablowania symetrycznych preoid monoidalnych nie wymagały etykiet na pudełkach, oznacza to, że schematy okablowania dla rekwizytów nie wymagają etykiet na drutach. To sprawia, że rekwizyty szczególnie nadają się do opisywania formalnych schematów, takich jak wykresy przepływu sygnału, które mają tylko druty jednego typu. Wreszcie, wiele systemów zachowuje się w tak zwany sposób liniowy, a systemy liniowe stanowią fundamentalną część teorii sterowania, gałęzi inżynierii, która działa na systemach cyberfizycznych. Podobnie, algebra liniowa jest fundamentalną częścią nowoczesnej matematyki, zarówno czystej, jak i stosowanej, która obejmuje nie tylko teorię sterowania, ale także praktykę obliczeń, fizykę, statystykę i wiele innych. Analizując wykresy przepływu sygnałów, zobaczymy, że w rzeczywistości są one sposobem na przekształcenie algebry liniowej

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

5.2 Wykresy przepływu sygnału jak w równaniu.
(5.1) można łatwo zobaczyć jako schematy połączeń. Mają jednak tę właściwość, że w przeciwieństwie do monoidalnych preordów i monoidalnych categortes nie ma potrzeby oznaczania przewodów. Odpowiada to formie symetrycznej kategorii monoidalnej, znanej jako rekwizyt, która ma bardzo szczególny zestaw obiektów
Rekwizyty: definicja i pierwsze przykłady
5.2.1 Przywołaj definicję symetrycznej ścisłej kategorii monoidalnej z Definicji 4.45 i Znaku 4,46. Definicja 5.2. Podpora jest symetryczną ścisłą kategorią monoidalną (C, 0, + dla której Oble) = N, jednostką monoidalną jest 0 E N, a iloczyn monoidalny na obiektach podaje się przez dodanie.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Zauważ, że każdy obiekt n jest n-krotnym iloczynem iloczynu obiektu 1; nazywamy 1 obiekt generujący. Ponieważ obiektami rekwizytu są zawsze liczby naturalne, aby określić rekwizyt P wystarczy podać pięć rzeczy: (1) zbiór C (m, n) morfizmów m → n, dla m, ne N. (ii) dla wszystkich ne N, identyfikator mapy tożsamości,: n n. (iii) dla wszystkich m, n e N, mapa symetrii om n: m + n → n + m. (iv) reguła składu: dane f: m → ni ig: n → p, mapa (f3 g): m → p. (v) produkt monoidalny na morfizmach: biorąc pod uwagę f: m → m 'ig: n → n', mapę (f + g): m + n - → m '+ n ". Po określeniu powyższych danych, powinien sprawdzić, czy jego specyfikacje spełniają zasady symetrycznych kategorii monoidalnych (patrz Definicja 4.45). 2 2 Używamy jego terminologii, ponieważ ta definicja dotyczy tylko chłopców. Reszta książki jest przeznaczona tylko dla dziewcząt.

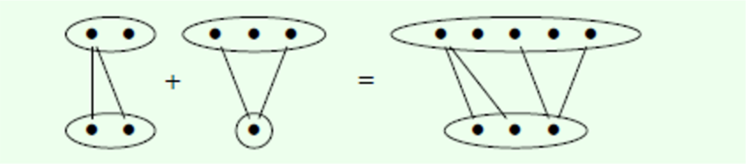
Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Przykład 5.3. Istnieje prop FinSet, w którym morfizmy f: m $\rightarrow$ n są funkcjami od m = 1, ... m do n 1, ..., n. (Tożsamości, symetrie i reguła składu są oczywiste.) Iloczyn monoidalny funkcji jest określony przez rozłączny związek funkcji: to znaczy, biorąc pod uwagę f: m $\rightarrow$ m 'i g: n- n', definiujemy f + g : m + n $\rightarrow$ m '+ n', jeśli 1s jest m; (5.4) m '+ g (i) jeżeli m +1 sis m + n.
Przykład 5.6. Przypomnijmy z Definicji 1.22, że wstrzyknięcie jest funkcją, która ma zarówno charakter wymuszający, jak i iniekcyjny. Istnieje rekwizyt Bij, w którym morfizmy f: m $\rightarrow$ n są bijectjami m $\rightarrow$ n. Zauważ, że w tym przypadku morfizmy m $\rightarrow$ n istnieją tylko wtedy, gdy m = n; gdy m + n zestaw domowy Bij (m, n) jest pusty. Ponieważ Bij jest podkategorią FinSet, możemy zdefiniować produkt monoidalny tak, jak w równaniu. (5.4).

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Przykład 5.7. Kompaktowa zamknięta kategoria Corel, w której morfizmy f: mn są partycjami na mun (patrz Przykład 4.61), jest rekwizytem.

Przykład 5.8. Istnieje prop Rel, dla którego mnorfizmami mn są relacje, RC mxn. Skład R z S sn × p wynosi S = ((i, k) em × p | 3 (jen). (1, j) e R i (j, k) e S}. R Produkt monoidalny jest względnie łatwe do sformalizowania przy użyciu uniwersalnych właściwości, ale można uzyskać lepszą intuicję ze zdjęć:



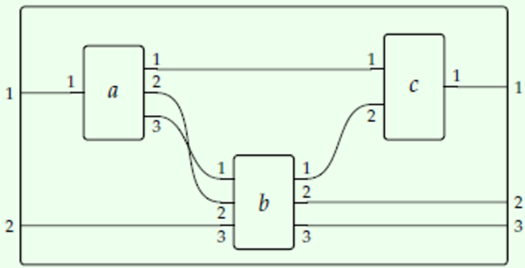
Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Definicja 5.11. Niech e i D będą rekwizytami. Funktor F: e D jest nazywany funktorem rekwizytowym, jeżeli

- (a) F to tożsamość na obiektach, . F (n) dla wszystkich ne Ob (C) = Ob (D) = N, i
- (b) dla wszystkich f: m, - m2 ig: n- n2 w C, mamy F (f) + F (g) = F (f + g) w
- D. Przykład 5.12. Włączenie i: Bij → FinSet jest funktorem prop. Być może bardziej interesujące jest funktor prop F: FinSet → RelFin - wysyła funkcję f: mn do relacji F (f): = (i, j) | f () = j s mxn. Rekwizyt wykresów portów
- 5.2.2 Ważnym przykładem rekwizytu jest ten, w którym morfizmy są otwartymi, ukierunkowanymi, acyklicznymi wykresami portów, jak to zdefiniujemy. Nazwiemy je wykresami portów.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

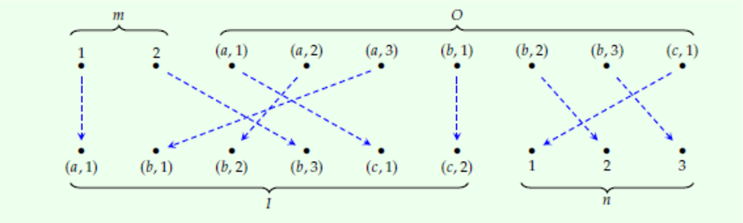
Oto przykład wykresu (2,3) -port, Le. przy m = 2 i n = 3:



(5.15)

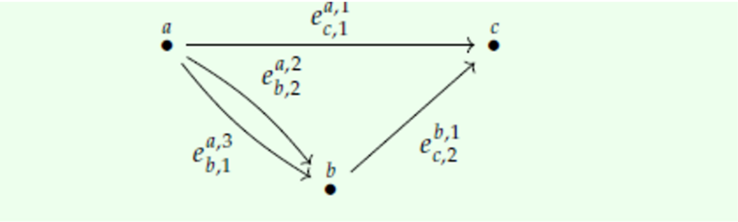
Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Ponieważ wykres portów ma typ (2,3), rysujemy dwa porty po lewej stronie pudełka zewnętrznego i trzy po prawej. Zestaw wierzchołków to V = (a, b, c) i na przykład w (a) = 1 i out (a) = 3, więc rysujemy jeden port po lewej stronie i trzy porty po prawej bok pudełka oznaczony a. Bijection i mówi nam, jak porty są połączone drutami:



Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Wewnętrzny wykres przepływu - który można zobaczyć jest acykliczny - pokazano poniżej: Jak można się domyślić z (5.15), wykresy portów są ściśle powiązane ze schematami połączeń dla kategorii monoidalnych, a jeszcze bardziej związane ze schematami połączeń dla rekwizytów



Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

5.2.3 Dowolne konstrukcje i uniwersalne właściwości
Biorąc pod uwagę jakąś kategoryczną strukturę, taką jak przedsprzedaż, kategoria lub rekwizyt, przydatna jest możliwość skonstruowania takiej według własnej specyfikacji. (Nie powinno to być zaskakujące). Minimalnie ograniczona struktura, która zawiera wszystkie określone dane, nazywa się w strukturze wolną strukturą: jest wolna od niepotrzebnych ograniczeń! Widzieliśmy już kilka przykładów wolnych struktur; przypomnijmy sobie i zbadajmy je.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Przykład 5.19 (Bezpłatne zamówienie wstępne na relację). W przypadku zamówień przedpremierowych widzieliśmy konstrukcję przyjmowania zwrotnego, przechodniego zamknięcia relacji. Oznacza to, że relacja givena RC PxP, zwrotne, przechodnie zamknięcie R nazywa się wolną przedsprzedażą na R. Zamiast określać wszystkie nierówności w przedpremierowości (P, $<$), możemy podać tylko kilka nierówności ps q, i pozwól, aby nasza „maszyna zamykająca" dodała minimalną liczbę innych nierówności koniecznych do uzyskania przedpłacenia Pa. Aby uzyskać przedsprzedaż z wykresu lub diagramu Hassego, uważamy wykres (V, A, s, t) za definiujący relację (s (a), t (a)) | a e A C VxV, i zastosować tę maszynę zamykającą.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Ale w jakim sensie zwrotne, przechodnie zamknięcie relacji R CPXP jest tak naprawdę minimalnie ograniczonym przedsprzedażem zawierającym R? Jednym ze sposobów zrozumienia tego jest to, że dodatkowe równości nie nakładają żadnych dalszych ograniczeń przy definiowaniu monotonicznej mapy z P. Twierdzimy, że chudość ma coś wspólnego z brakującymi mapami! Choć dziwna wydaje się tutaj asymetria (można zapytać „dlaczego nie mapować w?"), Czytelnik będzie miał okazję ją zbadać w ćwiczeniach 5.20 i 5.21. W uzasadnieniu nadrzędnym rozumie się chudość jako lewe połączenie (patrz przykład 3.74), ale nie będziemy tutaj o tym dyskutować.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Przykład 5.22 (Bezpłatna kategoria na wykresie). Podobna historia dotyczy kategorii. Rzeczywiście widzieliśmy w definicji 3.7 budowę kategorii swobodnej Free (G) na wykresie G. Obiekty Free (G) i wierzchołki G są takie same - nic nowego tutaj, ale morfizmy Free (G) są nie tylko strzałki G, ponieważ morfizmy w kategorii mają surowsze wymagania: muszą komponować i musi istnieć tożsamość. Zatem morfizmy we Free (G) są zamknięciem zestawu strzałek w G w ramach tych operacji. Na szczęście (choć zdarza się to często w teorii kategorii), wynik okazuje się być już odpowiednią koncepcją graficzną: morfizmy we Free (G) są dokładnie ścieżkami w G. Więc Free (G) jest kategorią, która w pewnym sensie zawiera G i nie stosuje żadnych równań innych niż te, które kategorie są zmuszone przestrzegać.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

5.2.4 Darmowy rekwizyt z podpisem

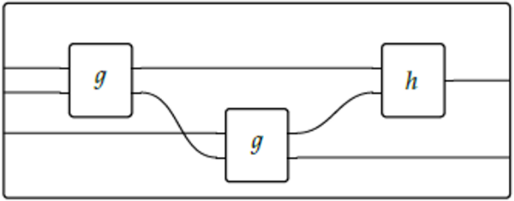
Dyskutowaliśmy o darmowych konstrukcjach, w szczególności w odniesieniu do przedsprzedaży i kategorii. Podobna konstrukcja istnieje dla rekwizytów. Ponieważ wiemy już, jakie obiekty rekwizytu będą liczbami naturalnymi - wszystko, co musimy sprecyzować, to zestaw G generujących morfizmy wraz z właściwościami, które chcemy znaleźć w naszej rekwizycie. Informacje te będą nazywane podpisem. Tak jak możemy wygenerować darmową kategorię z wykresu, tak samo możemy wygenerować darmowy rekwizyt z podpisu. Podajemy teraz wyraźną konstrukcję darmowego rekwizytu pod względem grafów portów (patrz Definicja 5.13).

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Definicja 5.25. Podpis podpory to krotka (G, s, t), gdzie G jest zbiorem, a s, t: G N są funkcjami; każdy element g e G nazywany jest generatorem, a s (g), t (g) e N nazywane są jego rodzajem i zboczeniem. Często oznaczamy (G, s, t) po prostu przez G, przyjmując s, t za dorozumiane. Oznaczenie G wykresu portu F = (V, wejście, wyjście, t) jest funkcją t: V - G taką, że arities się zgadzają: s (((v)) = in (v) it (((v)) = out (v) dla każdego ve V. Zdefiniuj swobodny rekwizyt na G, oznaczony jako Free (G), aby mieć jako morfizmy m $\rightarrow$ n wszystkie wykresy portu oznaczone (G, m) n. Skład i monoidalny struktura jest tylko dla wykresu portów PG (patrz równanie (5.17)); Etykiety (L) są właśnie przenoszone. Morfizmy we Free (G) są wykresami portowymi (V, in, out, t) jak w definicji 5.13, które są wyposażone w znakowanie G.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Aby narysować wykres portów, tak jak w przykładzie 5.14, narysujemy każdy wierzchołek v E V jako ramkę z wieloma wejściami (v) po lewej stronie i zewnętrznymi (v) - wieloma portami po prawej stronie. Na schematach okablowania przedstawiamy funkcję etykietowania e: V G za pomocą dodawania etykiet (w zwykłym znaczeniu) do naszych skrzynek. Pamiętaj, że wiele pól może być oznaczonych tym samym generatorem. Na przykład, jeśli G f: 1 1, g: 2 2, h: 2- 1, to następujący jest morfizm 3 2 we Free (G):



(5.26)

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Zauważ, że generator g jest używany dwa razy, podczas gdy generator f nie jest w ogóle używany w równaniu. (5.26). To jest w porządku. Przykład 5,27. Wolną podpórką na pustym zestawie o jest Bij.
Jest tak, ponieważ morfizm pamięci podręcznej musi mieć funkcję znakowania w postaci V - 0, a zatem musimy mieć $V = \emptyset$;

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Definicja 5.30. Załóżmy, że mamy zestaw G i funkcje s, t: G N. Definiujemy wyrażenie prop generowane przez G, lub po prostu wyrażenie e: m → n, gdzie m, ne N, indukcyjnie w następujący sposób: Pusty morfizm ido: 0 0 , morfizm tożsamości id1: 1 → 1 i symetria o: 2 → 2 są wyrażeniami 5

- generatory ge G są wyrażeniami g: s (g) → t (g).
- jeśli a: m → n i ß: p q są wyrażeniami, to a + B: m + pn + q jest wyrażeniem.
- jeśli a: m → n oraz ß: n → p są wyrażeniami, to a; B: m → p jest wyrażeniem. Piszemy Wyrażenie (G) dla zestawu wyrażeń w G. Jeśli e: m → n jest wyrażeniem, to nazywamy (m, n) jego rodzajem.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Rekwizyty poprzez prezentacje 5.2.5 W rozdziale 3.2.2 widzieliśmy, że prezentacja dla kategorii lub schematu bazy danych składa się z wykresu wraz z narzuconymi równaniami między ścieżkami. Podobnie tutaj chcemy zbudować rekwizyt, którego morfizmy są zgodne z określonymi równaniami. Ale zamiast zwykłych ścieżek, rzeczy, które chcemy utożsamić, to wyrażenia rekwizytowe, jak w definicji 5.30. Z grubsza definicja 5.33. Prezentacja (G, s, t, E) dla rekwizytu to zbiór G, funkcje 5, t: GN oraz zbiór EC Expr (G) $\times$ Expr (G) par wyrażeń prop generowanych przez G, takich, że e i e2 mają tę samą arancję dla każdego (e1, e2) e E. Odwołamy się do G jako zbioru generatorów, a do E jako zbioru równań w prezentacji. Rekwizyt G przedstawiony przez prezentację (G, s, t, E) jest rekwizytem, którego morfizmami są elementy w wyrażeniu (G), ilorazem zarówno równań e = e2 gdzie (e1, e2) eE, jak i aksjomatów symetrycznych ścisłych kategorii monoidalnych.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Uwaga 5.34. Biorąc pod uwagę prezentację (G, s, t, E), można wykazać, że śmigło 9 ma uniwersalną właściwość pod względem „mapowania". Mianowicie wspierają funktory od 9 do dowolnych inne rekwizyty C są w relacji jeden do jednego z funkcjami f od G do zbioru morfizmów we takim, że

- dla wszystkich ge G, f (g) jest morfizmem s (g) $\rightarrow$ t (g), i
- dla wszystkich (e1, ez) e E mamy f (ei) = f (e2) we e, gdzie f (e) oznacza morfizm w e uzyskany przez zastosowanie f do każdego generatora w wyrażeniu e, a następnie skomponowanie wynik w e.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

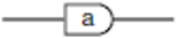
5.3 Uproszczone wykresy przepływu sygnału Wracamy do wykresów przepływu sygnału, wyrażając je w postaci rekwizytów. Omówimy uproszczoną formę bez sprzężenia zwrotnego (jedyny rodzaj, jaki do tej pory omawialiśmy), a następnie rozciągniemy na zwykłą formę wykresów przepływu sygnału w rozdziale 5.4.3. Ale zanim to zrobimy, musimy powiedzieć, co rozumiemy przez sygnały; to prowadzi nas do algebraicznej struktury „platform”. Do wykresów przepływu sygnałów przejdziemy w rozdziale 5.3.2. 5.3.1 Sygnały platformy mogą być wzmacniane i można je dodawać. Dodawanie i wzmacnianie współdziałają zgodnie z prawem rozdzielającym, jak następuje: jeśli dodamy dwa sygnały, a następnie wzmocnimy je o pewną ilość a, powinno to być takie samo, jak wzmocnienie dwóch sygnałów osobno przez a, a następnie dodanie wyników. Możemy myśleć o wszystkich możliwych wzmocnieniach jako o strukturze zwanej platformą. zdefiniowane w następujący sposób.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Definicja 5.36.
Zestaw to krotka (R, 0, +, 1, +), gdzie R jest zbiorem, 0,1 e Elementy rzadkie, a +, *: RxR R są funkcjami takimi, że (a) (R, +, 0) jest przemiennym monoidem, (b) (R, *, 1) jest monoidem, i (c) a + (b + c) = a * b + a * c oraz (a + b) * c = a * c + b + c dla wszystkich a, b, c ER. (d) a 0 = 0 = 0 * a dla wszystkich e R.
5.3.2 Ikonografia wykresów przepływu sygnału

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Wykres przepływu sygnału powinien śledzić wzmocnienie przez elementy zestawu R, któremu poddawane są sygnały. Chociaż nie jest to absolutnie konieczne, założymy, że same sygnały są elementami tego samego zestawu R. Na chwilę obecną określamy elementy R jako sygnały. Wzmocnienie sygnału o pewną wartość ae R jest po prostu przedstawione następująco:



(scalar mult.)

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Powyższą ikonę interpretujemy jako obrazujący system, w którym sygnał wchodzi na lewy przewód, jest mnożony przez a i jest wysyłany na drut po prawej stronie.
Jednak bardziej interesująca niż tylko pojedyncze wzmocnienie sygnału jest interakcja sygnałów. Istnieją cztery inne ważne ikony na wykresach przepływu sygnału. Przejrzyjmy je jeden po drugim.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Dwaj pierwsi to starzy znajomi z rozdziału 2: skopiuj i odrzuć. (kopiuj

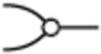
(copy)

Interpretujemy ten schemat jako pobieranie sygnału wejściowego po lewej stronie i wysyłanie tej samej wartości do obu przewodów po prawej stronie. Zasadniczo jest to operacja „kopiowania” z punktu 2.2.3. Następnie mamy możliwość odrzucania sygnałów. (odrzuć)

(discard)

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Odbiera każdy sygnał i niczego nie wysyła. Zasadniczo jest to operacja „marnotrawstwa" z sekcji 2.2.3. Następnie mamy możliwość dodawania sygnałów. (dodaj, to pobiera dwa sygnały wejściowe i dodaje je, aby wytworzyć pojedynczy sygnał wyjściowy.



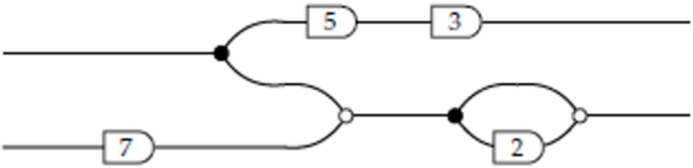
(add, +)

Wreszcie mamy sygnał o. (zero, 0) To nie ma wejść, ale zawsze wysyła element O zestawu, używając tych ikony, możemy budować bardziej złożone wykresy przepływu sygnału. Aby obliczyć operację wykonaną przez wykres przepływu sygnału, po prostu prześledzimy ścieżki z powyższymi

(zero, 0)

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Nie ma żadnych danych wejściowych, ale zawsze wysyła element 0 zestawu. Za pomocą tych ikon możemy budować bardziej złożone wykresy przepływu sygnału. Aby obliczyć operację wykonywaną przez wykres przepływu sygnału, po prostu prześledzimy ścieżki z powyższymi interpretacjami, podłączając wyjścia jednej ikony do wejść następnej ikony. Weźmy na przykład platformę R = N z przykładu 5.37, gdzie skalary są liczbami naturalnymi. Przywołaj wykres przepływu sygnału z Eq. (5.1) we wstępie:



Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Jak wyjaśniliśmy, pobiera dwa sygnały wejściowe xiy i zwraca dwa sygnały wyjściowe a = 15x ib = 3x + 21y. Oprócz śledzenia przetwarzania wartości przechodzących do przodu przez wykres, możemy również obliczyć te wartości poprzez zsumowanie ścieżek. Mówiąc dokładniej, aby uzyskać wkład danego drutu wejściowego w dany drut wyjściowy, bierzemy sumę, na wszystkich ścieżkach p łączących przewody, całkowitego wzmocnienia wzdłuż tej ścieżki.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

5.3.3 Podpora macierzy na platformie

Wykresy przepływu sygnałów są ściśle powiązane z matrycami. W poprzednich rozdziałach pokazaliśmy, w jaki sposób macierz o wartościach w kwantowym V - zamkniętym przedwzmacniaczu monoidalnym ze wszystkimi połączeniami - reprezentuje system powiązanych ze sobą punktów i połączeń między nimi, takich jak profprocentor. Kwant dał nam strukturę i aksjomaty, których potrzebowaliśmy, aby zwielokrotnienie macierzy działało poprawnie. Ale wiemy z przykładu 5.39, że kwanty są przykładami zestawów, i w rzeczywistości mnożenie macierzy ma sens w każdym zestawie R.

.

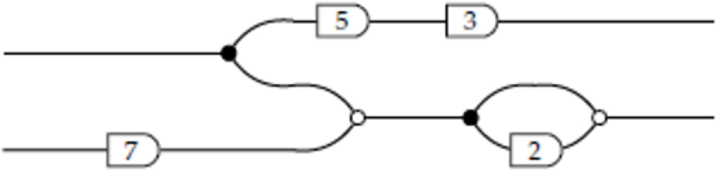
Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

W przykładzie 5.40 wyjaśniliśmy, że zbiór Mat, (R) (n xn) -macierzy w R może naturalnie być zmontowane na platformie, dla dowolnego stałego wyboru ne N. Ale co, jeśli chcemy zrobić lepiej i złożyć wszystkie macierze w jedną strukturę algebraiczną? Rezultatem jest rekwizyt! Matryca (mxn) M o wartościach w R jest funkcją M:

$$M \mathbin{⨟} N(a,c) := \sum_{b \in \underline{n}} M(a,b) \times N(b,c), \tag{5.48}$$

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

(Biorąc pod uwagę macierz (mxn) M i macierz (nx p macierzy N, ich złożeniem jest macierz (mxp) MN dla nich i tutaj Eben oznacza, jak zwykle, wielokrotne dodawanie (przy użyciu operacji zestawu R +).
5.3.4 Przekształcanie wykresów przepływu sygnałów w macierze
Zastanówmy się teraz, co mamy na myśli, gdy mówimy o znaczeniu lub semantyce każdego wykresu przepływu sygnału. Użyjemy matryc.



Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

W przykładach takich jak powyższe (skopiowane z równania (5.1)) sygnały pochodzące z przewodów wyjściowych, powiedzmy a i b, podane są przez pewne sumy wzmocnionych wartości wejściowych, powiedzmy xiy. Jeśli możemy jedynie mierzyć sygnały wejściowe i wyjściowe i nie dbamy o to, co dzieje się pomiędzy nimi, to każdy wykres przepływu sygnału można równie dobrze zredukować do macierzy wzmocnień. Możemy przedstawić wykres przepływu sygnału równania. (5.1) albo przez matrtx po lewej stronie (więcej szczegółów), albo przez matrycę po prawej, jeśli etykiety są wyraźne z kontekstu:

	a	b
x	15	3
y	0	21

$$\begin{pmatrix} 15 & 3 \\ 0 & 21 \end{pmatrix}$$

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

każdy wykres przepływu sygnału można interpretować jako macierz. Generatory Gg z definicji 5.45 pokazano ponownie w poniższej tabeli, gdzie każdy z nich jest interpretowany jako Na przykład, interpretujemy wzmocnienie przez ae Ras macierz 1x1 (a): 1-1: jest to operacja, która przyjmuje dane wejściowe xe Rand zwraca siekierę. Podobnie możemy interpretować> jako macierz 2x 1: jest to operacja, która pobiera wektor wiersza składający się z dwóch danych wejściowych, xiy, i zwraca x + y. Oto tabela przedstawiająca interpretację każdego generatora.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

generator	icon	matrix	arity
amplify by $a \in R$		(a)	$1 \to 1$
add		$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$	$2 \to 1$
zero		$()$	$0 \to 1$
copy		$\begin{pmatrix}1 & 1\end{pmatrix}$	$1 \to 2$
discard		$()$	$1 \to 0$

(5.52)

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

5.3.5 Idea semantyki funkcjonalnej

Zatrzymajmy się na chwilę, aby zastanowić się nad tym, czego się właśnie nauczyliśmy. Po pierwsze, diagramy przepływu sygnałów to morfizmy w rekwizytach. Oznacza to, że mamy dwie specjalne operacje, które możemy wykonać, aby utworzyć nowe diagramy przepływu sygnału ze starego, a mianowicie skład (łączenie szeregowe) i produkt monoidalny (łączenie równoległe). Możemy myśleć o tym jako o określeniu gramatyki lub składni dla diagramów przepływu sygnałów. Jako język wykresy przepływu sygnałów mają nie tylko składnię, ale także semantykę: każdy diagram przepływu sigral może być interpretowany jako macierz. Co więcej, matryce mają tę samą strukturę gramatyczną: tworzą rekwizyt i możemy konstruować nowe matryce ze starych przy użyciu składu i produktu monoidalnego.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

W Twierdzeniu 553 uzupełniliśmy ten obraz, pokazując, że interpretacja semantyczna jest funktorem rekwizytów między rekwizytem grafów przepływu sygnału a rekwizytem macierzy. Mówimy zatem, że macierze dają semanty funkcjonalne dla diagramu przepływu sygnału. Semantyka funkcjonalna jest kluczowym przejawem kompozycyjności. Mówi, że macierz S (9) dla dużego wykresu przepływu sygnału g można obliczyć, 1. dzieląc g na małe kawałki, 2 obliczając bardzo proste macierze dla każdego elementu, i 3. stosując mnożenie macierzy i bezpośrednie sumowanie do połącz precs z powrotem, aby uzyskać zniekształcone znaczenie S). Ta funkcjonalność jest przydatna w praktyce, na przykład przyśpieszając obliczanie semantyki grafów przepływu sygnałów: w przypadku dużych grafów przepływu sygnału układanie macierzy jest znacznie szybsze niż ścieżki śledzenia.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

5.4 Graficzna algebra liniowa W tym rozdziale zaczniemy opracowywać coś, co nazywa się graficzną algebrą liniową, która kontynuuje powyższe pomysły. Ten formalizm jest w rzeczywistości dość silny. Na przykład. dzięki niemu możemy swobodnie i pewnie udowodnić pewne domysły z teorii kontroli, że chociaż ostatecznie zostały rozwiązane, wymagały dość skomplikowanych argumentów algebry mateis (PSKI6) Prezentacja Mat (R)

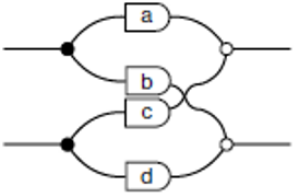
Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

5.4.1 Niech R będzie atig, jak zdefiniowano w definicji 516. główne twierdzenie z poprzedniej sekcji Twierdzenie 551 przedstawiało funciora i SFG Mau RI, który odpowiada każdej sgnal lovw wykres w macierz. Następnie pokazujemy, że Sis jest „pełna": że każda matrtx może być reprezentowana przez wykres przepływu sygnału.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Twierdzenie 5.56. Biorąc pod uwagę dowolną macierz ME Mat (R), istnieje wykres przepływu sygnału ge SFG, taki, że S (e) = szkic M. Proef. Niech Me Mat (R) będzie macierzą (mx n-macierz). Chcemy, aby wykres przepływu sygnału g był taki, że S (9) = M. W szczególności, aby obliczyć S (g) G. Wiemy, że możemy po prostu obliczyć wzmocnienie że i-ty wkład przyczynia się do wyjścia /. Kluczowym pomysłem jest więc skonstruowanie y, aby istniała dokładnie jedna ścieżka od i-tego wejścia do j-tego wyjścia, i że ścieżka ta ma dokładnie jedną ikonę mnożenia skalarnego, a mianowicie M (1, n Ogólna konstrukcja jest trochę techniczna ,ale pomysł jest drogi, biorąc pod uwagę przypadek 2x 2-macierzy Załóżmy, że M to 2x 2-matrox (wtedy określamy, że jest to wykres przepływu sygnału.

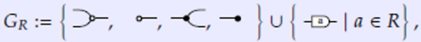
Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody



(5.57)

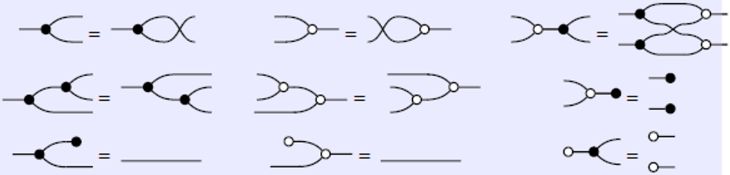
Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Theorem 5.60. The prop **Mat**(R) is isomorphic to the prop with the following presentation. The set of generators is the set

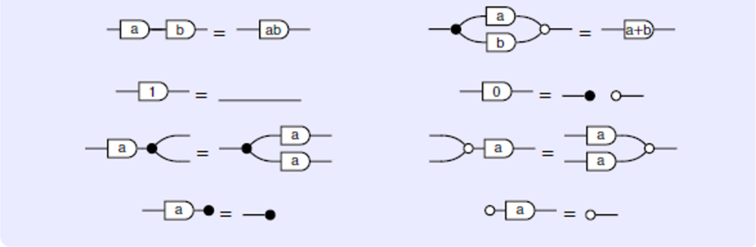


the same as the set of generators for $\mathbf{SFG}_R$; see Definition 5.45.

We have the following equations for any $a, b \in R$:



Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody



Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

5.4.2 Poza tym: obiekty monoidalne w kategorii monoidalnej Różne podzbiory równań w Twierdzeniu 5.60 kodują struktury znane z wielu innych części matematyki, np. teoria reprezentacji. Na przykład można znaleźć aksjomaty dla (ko) monoldów, (ko) monomorfizmów monoidów, algebry Frobentus i (z niewielkim przegrupowaniem) algebry Hopfa, siedzące w tej kolekcji. Pierwszy przykład, pojęcie monoidów, jest nam teraz szczególnie znany, dlatego krótko omówimy poniżej, zarówno w kategoriach algebratów.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

(Definicja 5.65), jak i w schematach (Przykład 5.68), Definicja 5.65. Obiekt monoidalny (M, u, n) w symetrycznej kategorii monoidalnej (C, 1,) to obiekt M z Razem z morfizmami u: MM-Mand n: 1- M taki, że (a) (uo id); u = (id o u); uand (b) (ne id) i u = id = (id o n) i u. Komutatywny obiekt monoidu jest obiektem monoidu, który dodatkowo jest posłuszny (c) OM.MH = H. gdzie oM M jest mapą wymiany na M in e, często oznaczamy ją po prostu przez.

Obiekty monoidalne są tak nazywane, ponieważ są abstrakcją zwykłej koncepcji monolda.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

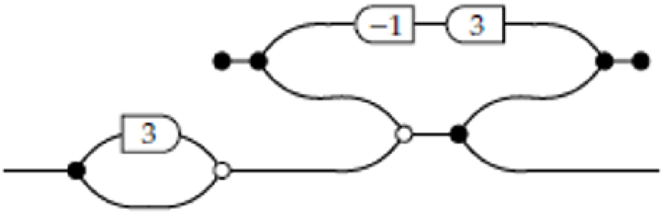
5.4.3 Wykresy przepływu sygnału: sprzężenie zwrotne i więcej. W tym momencie historii zauważyliśmy, że każdy wykres przepływu sygnału reprezentuje macierz, co daje nam nowy sposób rozumowania na temat macierzy. To dopiero początek pięknej opowieści, nie tylko matryc graficznych, ale graficznej algebry liniowej. Zamykamy ten rozdział kilkoma krótkimi wskazówkami na temat kontynuacji historii. Piktorialność grafów przepływu sygnałów zachęca nas do zabawy nimi. Podczas gdy zwykle rysujemy ikonę kopiowania w ten sposób, G równie łatwo możemy ją odwrócić i narysować ikonę.

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Co to może znaczyć Pomyślmy jeszcze raz o semantyce grafów przepływowych. Podejście behawioralne. Wykres przepływu sygnału g: m n przyjmuje wejście IE R "i daje wyjście y e R". W rzeczywistości, ponieważ to wszystko, na czym nam zależy, możemy po prostu pomyśleć o przedstawieniu wykresu przepływu sygnału g jako opisie pary par wejściowych i wyjściowych (x, y). Nazwiemy ten zestaw zachowaniem g i oznaczymy Go B (g) C R x R ". Na przykład wykres przepływu,, kopiuj ".

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Łączenie kierunków. Jakie powinno być zachowanie dla diagramu, takiego jak:



Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

5.5 Podsumowanie i dalsza lektura
Celem tego rozdziału było wyjaśnienie, w jaki sposób rekwizyty formalizują wykresy przepływu sigralnego i zapewniły nową perspektywę algebry liniowej. Aby to zrobić, przeanalizowaliśmy ideę struktur swobodnych i przedstawionych w kategoriach uniwersalnych właściwości. To pozwoliło nam zbudować rekwizyty, które dokładnie wyciszały nasze potrzeby Blog Gruptical Lininar Algebru Pawła Sobocińskiego jest dostępną i zabawną eksploracją kluczowych tematów tego rozdziału, która następnie opisuje, w jaki sposób pojęcia takie jak determinanty, elgenektory i diviston przez zero mogą być wyrażone za pomocą przepływu sigral (Sob).

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

W przypadku detatisów technicznych można zacząć od tez Baeza lub Zanasa (Zant5) i powiązanych serii artykułów (5Z14, BSZIS, IS171). Szczegółowe informacje na temat aplikacji do sterowania teoria patrz (PSRIAL Z teoretycznej kontroli, na idee i filozofię tego rozdziału duży wpływ wywarło zachowanie Willemsa (Wilr). Dla czytelnika, który nie studiował abstrakcyjnej algbra, wspominamy, że pierścieniowe monoidy i macierze są standardową taryfą w algebrze abstrakcyjnej i można je znaleźć w dowolnym standardzie Wstęp,

Wykresy przepływu sygnału, rekwizyty prezentacje i dowody

Takim jak (Fra Rip, znany również jako semirings, są mniej znane, ale nie mniej niż interrccivivesivevey of the inerat ure można znaleźć w [Clat Być może najbardziej znaczącym pomysłem w tym rozdziale jest rozdzielenie struktury na wntar i semantykę związaną z funktorem, który jest obecny nie tylko w bieżącym temacie badania słodkiego flene jgrapl, ale także w naszym rozdziale 542, gdzie rozmawiamy dla Xampka o przedmiotach średnich w kategoriach umysłowych. Dea ot huncioral semantyka to kolejna śmierć dla Laera Festa.

Koniec

Prezentacje Przygotowali:
Grzegorz Łach
Paula Chajduła