

Problem trzech ciał

Mateusz Golec, Sebastian Babiaryz

The Faculty of Physics, Mathematics and Computer Science
T. Kościuszko Cracow University of Technology

6 Lipiec, 2019

W fizyce i mechanice klasycznej problem trzech ciał stanowi problem przyjmowania pozycji początkowych i prędkości (lub pędów) trzech punktów mas i rozwiązywania ich późniejszego ruchu zgodnie z prawami dynamiki Newtona i prawem uniwersalnego ciążenia Newtona. Problem trzech ciał jest szczególnym przypadkiem problemu n -ciała. W przeciwieństwie do problemów z dwoma ciałami, nie ma rozwiązania w formie zamkniętej dla wszystkich zestawów warunków początkowych, a ogólnie wymagane są metody numeryczne.

Historycznie, pierwszym konkretnym problemem trzech ciał, który otrzymał rozszerzone badania, był problem Księżyca, Ziemi i Słońca. W rozszerzonym, nowoczesnym sensie, problem trzech ciał to każdy problem w mechanice klasycznej lub mechanice kwantowej, który modeluje ruch trzech cząstek.

W ostatnich latach odkryto wiele interesujących rozwiązań problemu trzech ciał ze względu na dostępność większej mocy obliczeniowej, z których niektóre wydają się być okresowe – na przykład system w którym 3 ciała poruszają się po trasie wyznaczającej cyfrę 8.

Równanie wahadła matematycznego

Matematyczną deklarację problemu trzech ciał można podać w kategoriach newtonowskich równań ruchu dla pozycji wektorowych

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{r}}_1 &= -Gm_2 \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} - Gm_3 \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3|^3}, \\ \ddot{\mathbf{r}}_2 &= -Gm_3 \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3|^3} - Gm_1 \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3}, \\ \ddot{\mathbf{r}}_3 &= -Gm_1 \frac{\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|^3} - Gm_2 \frac{\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2|^3}.\end{aligned}$$

Fragment kodu obliczającego problem

```
while (True):
    #
    rate(100)          # limit petli do 100 powtorzen
    #
    # odleglosci

    earthToSun = -norm(earth.pos)
    venusToSun = -norm(venus.pos)
    earthToVenus = -norm(earth.pos - venus.pos)
    # sila ktora slonce wywiera na ziemie + venus
    earth.force = ((G * earth.mass * sun.mass) / (mag(earth.pos)) ** 2 * rhat
                  + G * venus.mass * earth.mass / mag(earth.pos-venus.pos) ** 2 * earthToVenus)
    earth.momentum = earth.momentum + earth.force * \
        dt          # aktualizacja pedu ziemii

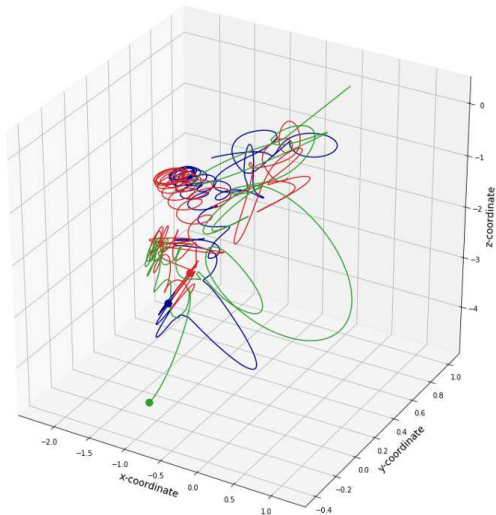
    # aktualizacja pozycji ziemii
    earth.pos = earth.pos + (earth.momentum / earth.mass) * dt

    forceEarth = (G * earth.mass * venus.mass) / (mag(earth.pos-venus.pos)) ** 2 * earthToVenus
    forceSun = G * venus.mass * sun.mass / (mag(venus.pos)) ** 2 * venusToSun
    venus.force = forceEarth + forceSun
    venus.momentum += venus.force * dt

    venus.pos += (venus.momentum / venus.mass) * dt

    momentumArrow.pos = earth.pos
    momentumArrow.axis = earth.momentum * 10 ** -18
    earth.trail.append(pos=earth.pos) # aktualizacja trasy ziemii
    rearrow.axis = earth.pos        # przesuniecie strzalki pozycji ziemii
    #
    total = total + dt              # inkrementacja czasu
    #
    # print this when the loop is done.
    #
```

Wykres przedstawiający „rozwiązany” problem 3 ciał dla 3 obiektów gwiazdnych o podobnej masie



Dziękuję za uwagę