

Teoria kategorii

R.A K.S

08.02.2019

Spis treści

- Zbiory

Spis treści

- Zbiory
- Funkcje

Spis treści

- Zbiory
- Funkcje
- Diagramy przemienne

Spis treści

- Zbiory
- Funkcje
- Diagramy przemienne
- Produkt zbiorów

Spis treści

- Zbiory
- Funkcje
- Diagramy przemienne
- Produkt zbiorów
- Szachownica Punnetta

Zbiory

Zbiór jest jednym z podstawowych pojęć matematycznych. Pojęcia tego nie definiujemy – jest ono pojęciem pierwotnym. Czasami, zamiast „zbiór” możemy powiedzieć „rodzina”, „przestrzeń” czy „kolekcja”. Zbiór będziemy intuicyjnie rozumieć jako pewną całość złożoną z wielu obiektów, które będziemy nazywać elementami tego zbioru. Jeszcze bardziej obrazowo, zbiór można przedstawić jako worek, wypełniony przedmiotami, które są elementami zbioru.

Zbiór będziemy oznaczać dużymi literami takie jak X czy Y .
pisząc $x \in X$ będziemy mieć na myśli elementy zbioru. Rysunki na tablicy.

Funkcje

Na zbiorach możemy wykonywać różnego rodzaju operację. Tymi działaniami będziemy nazywać odwzorowanie. Niech X i Y będą zbiorami. F nazywamy odwzorowaniem $F: X \rightarrow Y$.

$x \in X$ nazywamy dziedziną, a $y \in Y$ będziemy nazywać zbiorem wartości funkcji. Rysunki na tablicy.

Definiując funkcje $f: X \rightarrow Y$ i funkcję $g: Y \rightarrow Z$, gdzie zbiorem wartości dla funkcji f jest Y , zarazem ten zbiór jest dziedziną dla funkcji g możemy wtedy mówić o złożeniu lub kompozycji tych funkcji. $f \circ g: X \rightarrow Z$ Rysunek.

Niech X i Y będą zbiorami. Odwzorowanie $f: X \rightarrow Y$ jest izomorficzne jeśli istnieje takie odwzorowanie $g: Y \rightarrow X$, że kompozycja $g \circ f = \text{id}_X$ oraz $f \circ g = \text{id}_Y$

Diagramy przemienne

Diagram przemienny – w matematyce, a szczególnie jej dziale nazywanym teorią kategorii, diagram składający się z obiektów (nazywanych również wierzchołkami) i morfizmów (znanych także jako strzałki lub krawędzie), w którym wybranie dowolnej drogi skierowanej między dwoma jego obiektami prowadzi do tego samego wyniku ze względu na składanie morfizmów. Diagramy przemienne odgrywają w teorii kategorii rolę analogiczną do równań w algebrze. Możemy powiedzieć ,że jest do diagram zbiorów jeżeli X, Y, Z są zbiorami i f, g, h są funkcjami. Diagram jest łączny jeżeli zachodzi $g \circ f = h$ w tym wypadku mówimy , że diagram jest łączny.

Produkt zbiorów

Niech X i Y będą zbiorami. Produktem zbioru X i Y co możemy zanotować

$X \times Y$ jest zbiór par (x,y) gdzie $x \in X$, a $y \in Y$

Można to zapisać bardziej ogólnie

$X \times Y = \{(x,y) ; x \in X \text{ nazywamy dziedziną, } y \in Y\}$