

Raport - Zastosowanie teorii kategorii w praktyce

Karolina Stanko

Alan Kubit

08.02.2019r.

Wstęp

Poniższy raport obejmuje zagadnienia przedstawione w prezentacji na temat wybranego praktycznego zastosowania teorii kategorii. Prezentacja składa się z przedstawienia problemu i jego ujęcia przy pomocy teorii kategorii.

Prezentacja

1. Przystawienie problemu

W prezentacji omówiony został przykład sieci reakcji chemicznych. Reakcje chemiczne jako sieć Petriego z oszacowaniem (statyczne połączenie możliwych do osiągnięcia stanów, obrazowa reprezentacja zbioru równań różniczkowych opisujących układ). Sieć powstaje poprzez oddziaływanie ze sobą ogromnej ilości połączonych ze sobą grafów ilustrujących różnego rodzaju reakcje chemiczne.

2.

Wielkości te pozwalają na napisanie odpowiednich równań różniczkowych, opisujących te reakcje. Z zależności tych można wyczytać przykładowo przewidywaną masę produktu, która jest zależna od masy reagentów jak także od wydajności z jaką zachodzi proces.

Cały proces jest dynamiczny. W trakcie reakcji wpływ czynników na nią wpływających może się zmieniać. Dla niektórych reakcji użycie wyższej temperatury wpływa korzystnie na jej kinetykę w pierwszym etapie, jednak w toku trwania reakcji, po upływie dłuższego czasu, już nie odgrywa istotnej roli. Dla niektórych reakcji długość ich prowadzenia ma istotny wpływ na wydajność, ponieważ reakcja skutecznie zaczyna przebiegać dopiero po pewnym czasie, a dla innych jest zupełnie odwrotnie. Można znaleźć jeszcze wiele przykładów ale te przytoczone już są wystarczające na udowodnienie, że układ jest dynamiczny.

Rozważając reakcje chemiczne otrzymujemy zbiór skończonych elementów do którego należą reagenty chemiczne. Zbiór ten może być powiększony o specjalne struktury i tworzyć mapy docelowe. W taki sposób można wykreować kategorię z elementami X, Y, \dots , i morfizmem $X \rightarrow Y$. Złożenie pojedynczych reakcji na całą sieć dane jest poprzez "pushout" czyli zlepianie grafów ze sobą (identyczność $X \rightarrow X$ jest zbiorem pustym). Co więcej, wykazać można, że taka kategoria ma symetryczną, monoidalną strukturę czyli przyjmuje się rozłączny charakter grafów.

3.

Otrzymaliśmy symetryczną, monoidalną kategorię Petriego, gdzie obiekty są skończonymi elementami X, Y, \dots . Morfizm $X \rightarrow Y$ jest siecią Petriego z oszacowaniem. Istnieje symetryczny funktor monoidalny $\text{Petri} \rightarrow \text{Dynam}$, który wysyła sieć Petriego do odpowiedniego systemu dynamicznego. Jeśli chcemy zrozumieć otwarty, dynamiczny system układu sieci Petriego, musimy znaleźć jedynie rozwiązania dla każdego z podstawowych podzespołów i na ich podstawie połączyć je razem ze sobą.