Czy banan jest owocem?

Tomasz Śmiech Rafał Kolaska

8 lutego 2019

Cóż to czytasz, mości książę? Słowa, słowa, słowa.

Plan

1. Przedstawienie problemu
2. Niezbędne pojęcia
3. Obliczenia

Przedstawienie problemu

Jako, że teoria kategorii w opinii twórców prezentacji jest próbą usystematyzowania języka i uściślenia procesu dyskusji. Starając się (w naszej opinii) posługując jedynie pojęciami pierwotnymi, wykażemy w jaki sposób możemy wnioskować z banana, że jest owocem.

Niezbędne Pojęcia

Pojęcia które w naszej opinii wymagają wyjaśnienia w celu zrozumienia naszego wnioskowania:
Pregrup pewna podgrupa generowana, którego elementy będziemy uważać za podstawowe typy gramatyczne. Będziemy oznaczać jako $Preg\{n, s\}$ n jest rodzaje rzeczownika natomiast s zdania deklaratywnego.
Elementy $Preg\{n, s\}$ to konkatenacje liter n i s z odpowiednimi indeksami.
Typy gramatyczne z których korzystaliśmy:
n = noun (rzeczownik)
s = sentence (zdanie)
$\mathrm{n}^r sn^l = transitiveverb(czasownikprzechodni)$

Obliczenia I

Przydzielamy każdemu słowu typ gramatyczny w podgrupie Preg$\{n, s\}$.
Co w zasadzie jest dość proste
banany $\rightarrow n$
są $\rightarrow n^r s n^l$
owoce $\rightarrow n$

Obliczenia II

Wrpowadzmy teraz kolejne pojęcia przestrzeń rzeczowników Fn=N oraz przestrzeń zdań Fs=S. Załóżmy, że N jest trójwymiarową przestrzenią generowaną przez wektory

słodki, zielony, puszysty

które to z kolei przedstawimy w postaci wektorów kolumnowych

$$\mathrm{w}_1 = \mathit{sodki} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{w}_2 = \mathit{zielony} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{w}_3 = \mathit{puszysty} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Obliczenia III

POwyższe wektory generują przestrzeń rzeczowników. Ale co z przestrzenią S? Dla ułatwienia zdefiniujmy ją jako "prawda albo fałsz"jednowymiarową przestrzeń wektorową generowaną przez wektor $\overrightarrow{1}$.
Gdzie wektor 0 oznacza fałsz, a wektor 1 prawdę. Natomiast mnożenie przez skalar dla 1 zdefiniujmy jako stopniowanie prawdy, przez im większa wartość mnożymy 1 tym bardziej ten wektor jest prawdziwy. Czyli możemy trwożyć super prawdy.
Teraz z łatwością możemy zauważyć, że kiedy już definiowaliśmy N i S to czasownik dostajemy źa darmo"

$$F(n^r s n^l) = N \otimes S \otimes N \tag{1}$$

jest to dziewięcio wymiarowa przestrzeń generowana przez wektory z w$_i \otimes 1 \otimes w_j$
gdzie i oraz j sa z przedziału od 1 do 3

Obliczenia IV

W posiadanym już języku zdefiniujmy naszego banana i owoc

Banan= $\begin{bmatrix} 31 \\ 11 \\ 0 \end{bmatrix}$ $Owoc = \begin{bmatrix} 57 \\ 15 \\ 3 \end{bmatrix}$

z łatwością możemy zauważyć, iż oba te wektory są elementami przestrzeni rzczowników N. Lecz co z czasownikiem przechodnim *jest*? Zgodnei z preliminariami wiemy, że jest to wyrażenie o typie gramatycznym n$^r sn^l$.

Więc jest to wektor będący produktem iloczynu tensorowego N$\otimes S \otimes N$.

Oznacza to, że istnieja wyrażenia postaci

c$_{ij} \in \mathbb{R} jest = c_{11} sodki \otimes 1 \otimes sodki + c_{12} sodki \otimes 1 \otimes zielony + ... + c_{33} pusztsty \otimes 1 \otimes puszysty$

Obliczenia V

Być może ta postać może się wydawać niesympatyczna.
Lecz pamiętamy, że FVect jest kategorią zamkniętą (compact closed), a zatem wykazuje dualność. Co można sprowadzić do stwierdzenia:

Każdy wektor jest macierzą

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } w_i = w_j \\ 0 & \text{w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

w efekcie możemy przedstawić czasownik przechodni w postaci macierzowej

$$\textbf{jest} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Obliczenia VI

Wiemy już, że słowa banan, jest, owoc są pewnymi typami gramatycznymi. Łącząc te typy otrzymujemy:

$$nn^r sn^l n \xrightarrow{\epsilon_n^r 1_s \epsilon_n^l} n$$

Obliczenia VII

Mamy morfizm naszej podgrupy

$$nn^r s n^l n \xrightarrow{\epsilon_n^r 1_s \epsilon_n^l} n$$

korzystając z F możemy bez większego problemu przejsc do przestrzeni wektorowej S

$$N \otimes N \otimes S \otimes N \otimes N \xrightarrow{\epsilon_N 1_S \epsilon_N} S$$

gdzie $\epsilon : N \otimes N = \mathbb{R}$ jest mapą linearną (linear map), oraz $1_S : S \to S$ oznacza mapę tożsamości na S.

Obliczenia VIII

Zastosujmy ostatecznie tą mapę na wektorze odpowiadającemu zdaniu:

$$\epsilon_N \otimes 1_S \otimes \epsilon_N(banan \otimes jest \otimes owocem)$$

co sprwadza się do prostego lioczynu macierzowego
$\epsilon_N \otimes 1_S \otimes \epsilon_N(banan \otimes jest \otimes owocem) =$
$\begin{bmatrix} 31 \\ 11 \\ 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 57 \\ 15 \\ 3 \end{bmatrix} = 1932$ a to zgodnie z przyjętymi przez nas Zasadami oznacza, że wartość tego wyrażenia wynosi:
$1932 \overrightarrow{1}$
czyli jest to bardzo prawda.

Reszta jest milczeniem.

Serdecznie dziękujemy za uwagę!!!