Metoda Newtona Raphsona

Ola Pisarczyk

25 czerwca 2018

1 Definicja

W analizie numerycznej metoda Newtona (znana rownież jako metoda Newtona-Raphsona), nazwana na cześć Isaaca Newtona i Josepha Raphsona, jest metodą znajdowania sukcesywnie lepszych przybliżen do pierwiastów (zer) funkcji o wartościach rzeczywistych. Jest to jeden z przykladów algorytmu do wyszukiwania pierwiastków liczb.

2 Historia

Metoda Newtona została opublikowana po raz pierwszy w roku 1685 przez Johna Wallisa. W 1690 r. Joseph Raphson opublikował jej uproszczony opis. Raphson ponownie postrzegal metode Newtona wylacznie jako metode algebraiczna i ograniczył jej użycie do wielomianów, ale opisuje ją w kategoriach kolejnych przybliżen xn zamiast bardziej skomplikowanej sekwencji wielomianów używanych przez Newtona. w 1740 r. Thomas Simpson opisał metode Newtona jako iteratywną metode rozwiązywania ogólnych równań nieliniowych za pomocą rachunku różniczkowego. Arthur Cayley w 1879 roku w wyimaginowanym problemie Newtona-Fouriera pierwszy zauważył trudności w uogólnieniu metody Newtona do złożonych źródeł wielomianów o stopniu większym niż 2 i złożonych wartościach początkowych. Otworzyło to drogę do badania teorii iteracji racjonalnych funkcji.

3 Problem

Za pomocą metody Newtona można obliczyć pierwiastek $\sqrt{a} : a \in R^+$.

4 Biblioteki użyte w algorytmie

- biblioteka cmath.
- cmath to standardowa biblioteka C używana do wykonywania operacji matematycznych.

- Funkcje tej biblioteki Abs, Acos, Asin, Atan, Atan2, Atof, Ceil, Cos, Cosh, Exp, Fabs, Floor, Fmod, Frexp, Labs, Ldexp, Log, Log10, Modf, Pow, Sin, Sinh, Sqrt, Tan, Tanh.
- Użyta Funkcja: fabs(liczba): wyznacza wartość bezwzględna z liczby rzeczywistej

4.1 Jak działa algorytm

1. Przedstawiony poniżej algorytm wyznacza pierwiastek arytmetyczny z liczby rzeczywistej nieujemnej.
2. W pierwszym kroku ustalamy precyzje, z jaką chcemy wyznaczyć szukany pierwiastek
3. Wyznaczamy jakiś pierwiastek. Liczbą, ktorą szukamy jest bokiem kwadratu o jakimś polu
4. Kazdy krok będzie przybliżał nas do otrzymania takiego kwadratu. Zaczniemy od prostokąta o jakimś polu
5. W każdym kroku wyznaczamy bok a, ze średniej arytmetycznej długości bokow a i b z poprzedniego kroku
6. dla a : a=(a+b)/2, natomiast bok b dzieląc pole przez bok a : b=P/a

7. Kroki te powtarzamy do momentu otrzymania zadanej precyzji, czyli uzyskania różnicy boków prostokąta mniejszej niż epsilon: $| a - b | << E$.

5 Makefile

- all:; g++ -std=c++0x -Wall -o main main.cpp newton.h -o
- main; compile:
- Program uruchamia sie poleceniem make, potem ./main.

6 Kod Newton.h

- include iostream
- include cmath
- long double sqroot(long double liczba)
-
- long double x;
- for(x=liczba/2;fabs(x-liczba/x)¿0.0000001;x=(x+liczba/x)/2)

-
- if(x*x==liczba) break;
-
- return x;
-

7 Kod main.cpp

- include iostream
- include cmath
- include "newton.h"
- using namespace std;
- int main()
-
- long double dana;
- cin » dana;
- cout « sqroot(dana)«endl;
- return 0;
-

8 Podsumowanie

Program liczy pierwiastki liczb rzeczywistych z pliblizeniem 0,0000001.