

# Metoda Newtona Raphsona

rozwiązanie problemu

Ola Pisarczyk

Wydział Fizyki, Matematyki i Informatyki  
Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki

21 czerwiec, 2018

# Plan prezentacji

- 1 Definicja
- 2 Problem
- 3 Historia
- 4 biblioteki użyte w algorytmie
- 5 jak działa algorytm?
- 6 kod
- 7 makefile
- 8 Widok z terminala
- 9 zastosowanie i wady

- W analizie numerycznej metoda Newtona (znana również jako metoda Newtona-Raphsona),
- nazwana na cześć Isaaca Newtona i Josepha Raphsona, jest metoda znajdowania sukcesywnie
- lepszych przybliżeń do pierwiastków (zer) funkcji o wartościach rzeczywistych.
- Jest to jeden z przykładów algorytmu do wyszukiwania pierwiastków liczb.

- Metoda Newtona została opublikowana po raz pierwszy w roku 1685 przez Johna Wallisa.
- W 1690 r. Joseph Raphson opublikował jej uproszczony opis. Raphson ponownie postrzegał metode Newtona wyłącznie jako metode algebraiczna i ograniczył jej użycie do wielomianów, ale opisuje ja w kategoriach kolejnych przybliżeń  $x_n$  zamiast bardziej skomplikowanej sekwencji wielomianów używanych przez Newtona.
- w 1740 r. Thomas Simpson opisał metode Newtona jako iteratywna metode rozwiązywania ogólnych równań nieliniowych za pomoca rachunku różniczkowego.
- Arthur Cayley w 1879 roku w wyimaginowanym problemie Newtona-Fouriera pierwszy zauważył trudności w uogólnieniu metody Newtona do złożonych źródeł wielomianów o stopniu większym niż 2 i złożonych wartościach początkowych. Otworzyło to droge do badania teorii iteracji racjonalnych funkcji.

- Za pomocą metody Newtona można obliczyć pierwiastek  $\sqrt{a} : a \in \mathbb{R}^+ \therefore$

- biblioteka `cmath`
- `cmath` to standardowa biblioteka C używana do wykonywania operacji matematycznych.
- Funkcje `Abs`, `Acos`, `Asin`, `Atan`, `Atan2`, `Atof`, `Ceil`, `Cos`, `Cosh`, `Exp`, `Fabs`, `Floor`, `Fmod`, `Frexp`, `Labs`, `Ldexp`, `Log`, `Log10`, `Modf`, `Pow`, `Sin`, `Sinh`, `Sqrt`, `Tan`, `Tanh`.
- Użyta Funkcja: `fabs(liczba)`: wyznacza wartość bezwzględna z liczby rzeczywistej

# jak działa algorytm?

- 1 Przedstawiony poniżej algorytm wyznacza pierwiastek arytmetyczny z liczby rzeczywistej nieujemnej.
- 2 W pierwszym kroku ustalamy precyzję, z jaką chcemy wyznaczyć szukany pierwiastek
- 3 Wyznaczamy jakiś pierwiastek. Liczbe, którą szukamy jest bokiem kwadratu o jakimś polu
- 4 Każdy krok będzie przybliżał nas do otrzymania takiego kwadratu. Zaczniemy od prostokąta o jakimś polu
- 5 W każdym kroku wyznaczamy bok  $a$ , ze średniej arytmetycznej długości boków  $a$  i  $b$  z poprzedniego kroku
- 6 dla  $a : a = (a+b)/2$ , natomiast bok  $b$  dzielac pole przez bok  $a$   
:  $b = P/a$
- 7 Kroki te powtarzamy do momentu otrzymania zadanej precyzji, czyli uzyskania różnicy boków prostokąta mniejszej niż epsilon:  
 $|a - b| \ll E$ .

```
#include <iostream>
#include <cmath>
long double sqroot(long double liczba)
{
    long double x;
    for(x=liczba/2; fabs(x-liczba/x)>0.0000001; x=(x+liczba/x)/2)
    {
        if(x*x==liczba) break;
    }
    return x;
}
```



```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include "newton.h"

using namespace std;

int main()
{
    long double dana;
    cin >> dana;
    cout << sqrt(dana)<<endl;
    return 0;
}
```

- `all:; g++ -std=c++0x -Wall -o main main.cpp newton.h -o main; compile:`
- Program uruchamia się poleceniem `make`, potem `./main`.

# widok z terminala

```
olka@olka-VirtualBox: ~/Pobrane/download
olka@olka-VirtualBox:~/Pobrane/download$ make
g++ -std=c++0x -Wall -o main main.cpp newton.h -o main;
olka@olka-VirtualBox:~/Pobrane/download$ ./main
45
6.7082
olka@olka-VirtualBox:~/Pobrane/download$
```

- Metoda Newtona jest metoda rozwiązywania równań często używana w solverach, ze względu na jej szybka zbieżność (w algorytmie liczba cyfr znaczących w kolejnych przybliżeniach podwaja się).
- Wada jej jest niestety fakt, iż wspomniana zbieżność nie musi zawsze zachodzić. W wielu przypadkach metoda bywa rozbieżna - przeważnie kiedy punkt startowy jest zbyt daleko od szukanego pierwiastka równania.
- Profesjonalne solvery wykorzystują stabilniejsze lecz mniej wydajne metody (jak np. metoda bisekcji) do znalezienia obszarów zbieżności w dziedzinie funkcji, a następnie używają metody Newtona-Raphsona do szybkiego i dokładniejszego obliczenia lokalnego pierwiastka równania.
- Dodatkowo solvery posiadają zabezpieczenia przed nadmierną ilością wykonywanych iteracji (przekroczenie ustalonej liczby iteracji jest równoznaczne z niepowodzeniem algorytmu w zadanym przedziale).

1 <http://wikipedia.org>

2

[https://4programmers.net/C/Biblioteka\\_standardowa/CmathNonlinearwor](https://4programmers.net/C/Biblioteka_standardowa/CmathNonlinearwor)

3 Dziękuję za uwagę