

Równanie Naviera-Stokesa - Raport w L^AT_EX

Konrad Kapłański i Filip Jurczak

Politechnika Krakowska
Wydział Fizyki Matematyki i Informatyki
Fizyka Techniczna
V semestr

1 lutego 2018

0.1 Wstęp

Problem, który poruszamy, to przepływ nieściśliwej cieczy przez dwuwymiarowy próg. Aby dobrze go zwizualizować, posłużymy się równaniem Naviera-Stokesa



Rysunek 1: Przekrój, przez który przepływ będziemy wizualizować

0.2 Opis działania

0.2.1 Równania Naviera-Stokesa

- Równania Naviera-Stokesa – zestaw równań opisujących zasadę zachowania pędu dla poruszającego się płynu. Według nich zmiany pędu elementu płynu zależą jedynie od sił masowych, zewnętrznego ciśnienia i wewnętrznych sił lepkości w płynie.
- Dla płynu idealnego o zerowej lepkości równania mówią, że przyspieszenie jest proporcjonalne do gradientu ciśnienia.
- Rozwiązania równań dla danego problemu fizycznego muszą być znalezione na drodze rachunku różniczkowego i całkowego. W praktyce, jedynie najprostsze przypadki mogą być rozwiązane analitycznie, np. przypadki nieturbulentnego (laminarnego), stacjonarnego przepływu (nie zmieniającego się w czasie). Taki właśnie przypadek rozpatrzymy.
- Liczba Reynoldsa – jedna z liczb podobieństwa stosowanych w mechanice płynów (hydrodynamice, aerodynamice i reologii). Liczba ta pozwala oszacować występujący podczas ruchu płynu stosunek sił bezwładności do sił lepkości. Liczba Reynoldsa stosowana jest jako podstawowe kryterium stateczności ruchu płynów.

0.2.2 Dane:

- Prędkości początkowe: $v_{x0} = 1,0 \frac{m}{s}$, $v_{y0} = 0,0 \frac{m}{s}$
- Na wyjściu znamy jedynie prędkość pionową: $v_{yk} = 0,0 \frac{m}{s}$
- Przyjmujemy, że przy ściankach nie ma poślizgu, czyli prędkość jest zerowa $\vec{v} = 0$
- Liczba Reynoldsa dla tego przypadku: $R \approx 100$

0.2.3 Matematyczny opis problemu

System ten charakteryzuje się:

- w obszarze Ω

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (2\mu\bar{\varepsilon}) + \rho\vec{u} \cdot \nabla\vec{u} + \nabla p = 0 \\ \nabla \cdot \vec{u} = 0 \end{cases}$$

gdzie μ - lepkość, ε - tensor odkształceń, ρ - gęstość, \vec{u} - prędkość, p - ciśnienie

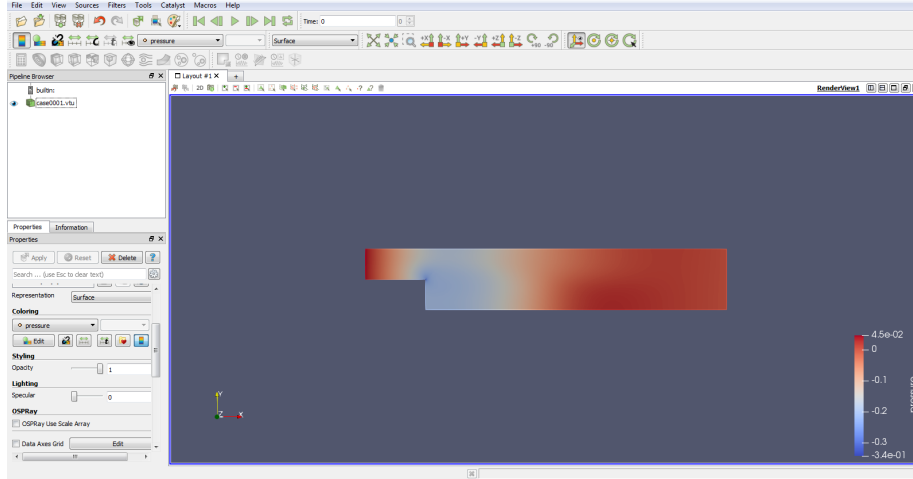
- warunki brzegowe:

$$\begin{cases} u_x = 1 \text{ na wlocie} \\ u_x = 0 \text{ przy ściankach} \\ u_y = 0 \text{ na wlocie, na wylocie, przy ściankach} \end{cases}$$

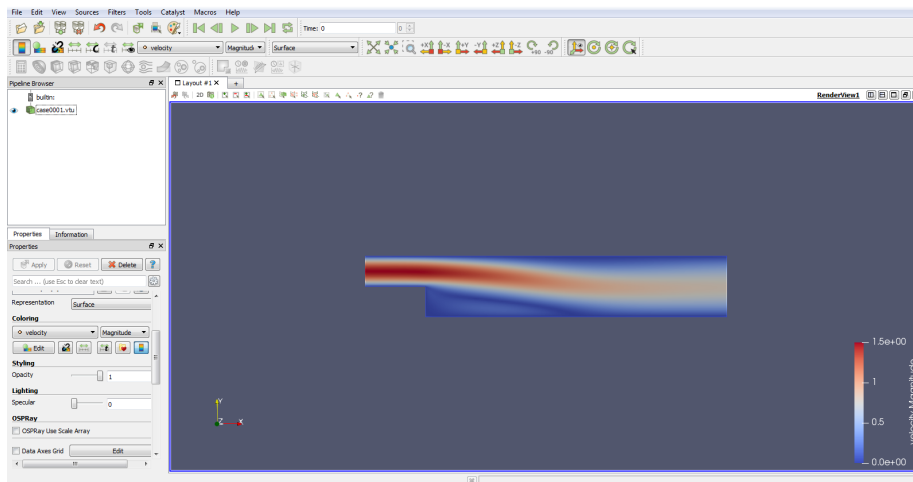
0.2.4 Wprowadzenie danych do Elmera

Wpisaaliśmy wszystkie dane do programu, założyliśmy skorzystanie z równania Naviera-Stokesa, Przypisaliśmy odpowiednie warunki brzegowe. Następnie uruchomiliśmy Solver. Po obliczeniu, za pomocą ParaView zobrazowaliśmy wyniki obliczeń

0.2.5 Wizualizacje w Para View



Rysunek 2: Wykres ciśnień wewnątrz przekroju



Rysunek 3: Wykres prędkości wewnątrz przekroju

0.2.6 Komentarz

Naszym zdaniem, wygenerowane wizualizacje w bardzo intuicyjny dla odbiorcy sposób, pokazują rozkład danych wielkości. Jest to niezmiernie wygodne zarówno w celach dydaktycznych (można pokazać studentom np. jak w danych warunkach przepływa ciecz), jak i dla inżynierów (którzy mogą na przykład sprawdzić, na którą część obudowy, działają największe siły, aby móc wprowadzić wzmocnienia i poprawki).

Bibliografia

[1] Elmer GUI Tutorials by CSC – IT Center for Science

[2] wikipedia.org