

Błądzenie przypadkowe (Random walk)

Miron Nowak

Błądzenie losowe / błądzenie przypadkowe – pojęcie z zakresu matematyki i fizyki określające ruch losowy: w kolejnych chwilach czasu cząstka („chodziarz”) przemieszcza się z aktualnego położenia do innego, losowo wybranego. Błądzenie losowe jest przykładem prostego procesu stochastycznego.

Przykładami procesów, które można modelować za pomocą błądzenia losowego są: ruch molekuly w cieczy czy gazie, zmiany ceny wybranego towaru na giełdzie, zmiany finansów gracza w kasynie.

Z pomocą modelu błądzenia przypadkowego opisuje się z powodzeniem chociażby problemy związane z ewolucją szeroko rozumianych populacji różnego rodzaju czy rozwojem epidemii.

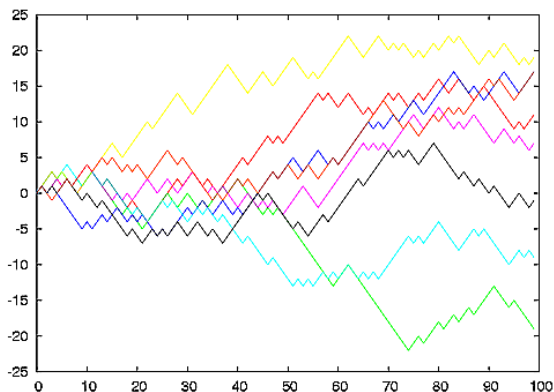
Klasyfikacja procesów błędzenia losowego

Procesy błędzenia losowego można klasyfikować na różne sposoby:

- procesy proste, będące łańcuchami Markowa (prawdopodobieństwo wyboru kolejnego kroku nie zależy od historii ruchu) lub bardziej złożone procesy stochastyczne,
- procesy na siatkach dyskretnych (np. na siatkach regularnych na prostej, na płaszczyźnie, w przestrzeni, na grafach; w przestrzeniach zakrzywionych) oraz w przestrzeniach ciągłych,
- procesy zakładające dyskretny czas (zmiana położenia następuje w regularnych odstępach czasu) lub ciągły (zmiana położenia następuje w losowo wybranych odstępach czasu).

Średnia z kwadratów odległości, obliczona dla wielu cząstek startujących z tego samego punktu początkowego, po n krokach jest proporcjonalnie do \sqrt{n} i wynosi $l\sqrt{n}$, gdzie l - długość pojedynczego kroku.

Symulacja błędzenia na prostej



Wykres przedstawia wynik symulacji ruchu ośmiu cząstek, błędzących losowo. Cząstki startują z tego samego punktu 0. W każdym kroku dana cząstka może skoczyć do góry lub w dół. Na osi poziomej odłożono numery kolejnych skoków.

Błądzenie przypadkowe

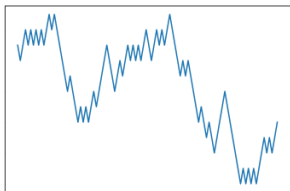
Przypadek jednowymiarowy

Położenie skoczka po N skokach wyrażamy wzorem:

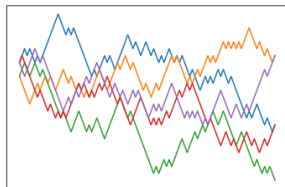
$$x = \sum_{i=1}^N \Delta x_i$$

gdzie $\Delta x_i = \pm a$ jest zmienną losową, określającą względną zmianę położenia skoczka podczas pojedynczego skoku.

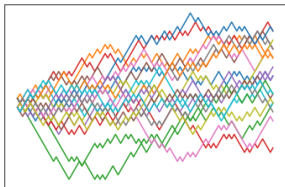
1. Należy obliczyć analitycznie średnie położenie skoczka $\langle x \rangle$ po N skokach, przyjmując, iż prawdopodobieństwa skoku w prawo i w lewo są sobie równe. Jest to najprostszy przypadek błądzenia jednowymiarowego, ale, o ironio, niezwykle produktywny.
2. Powtórzyć obliczenia z punktu 1. tym razem przyjmując, iż p jest różne od q , co jest przypadkiem ogólniejszym. Postarać się zinterpretować otrzymany wynik i podać przykład (może być sformułowany trywialnie) sytuacji fizycznej, w której założenie o nieistnieniu równości między prawdopodobieństwami może mieć sens.



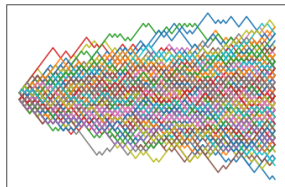
1 skoczek



5 skoczków



2 skoczków



100 skoczków

Dziękuję za uwagę!