Logika rozmyta

Juliusz Chojenka, Paula Świerska, Wojciech Tejchman

Politechnika Krakowska

20.12.2016 r

Logika rozmyta

Logika rozmyta: binarne członkostwo (należy (1), nie należy (0)) zostało rozszerzone na przedział liczb rzeczywistych [0,1], gdzie punkty końcowe oznaczają pełną należność i nie należność.
Nieskończona ilość wartości między ptk. końcowymi reprezentuje stopień przynależności elementu x w jakimś zbiorze świata X.
Zbiory rozmyte: zbiory z „przestrzeni” X, które mogą określić stopień członkostwa.

Przykład binarny: możemy rozpoznawać temperaturę powyżej 25°C jako gorącą (1), natomiast poniżej jako zimną (0).
Przykład logiki rozmytej:

$$
\begin{aligned}
T \leqslant 0°C &\quad \rightarrow \text{bardzo zimno} \\
0°C \leqslant T \leqslant 18°C &\quad \rightarrow \text{trochę zimno} \\
18°C \leqslant T \leqslant 25°C &\quad \rightarrow \text{idealnie} \\
25°C \leqslant T \leqslant 30°C &\quad \rightarrow \text{trochę gorąco} \\
T \geqslant 30°C &\quad \rightarrow \text{Sahara}
\end{aligned}
$$

Wprowadzenie oznaczeń

Zbiór rozmyty $\tilde{F}$ na X wyraża się jako:

$$\mu_{\tilde{F}}(x) \ : \ X \rightarrow [0.\alpha]$$

gdzie $\mu_{\tilde{F}}(x)$ jest **funkcją przynależności**.

Przykład: samochód powinien utrzymywać zadaną prędkość d. Stopień bliskości do zadanej prędkości opisuje funkcja przynależności:

$$\mu_{\tilde{F}}(x) = \exp(-\frac{(x-d)^2}{2d})$$

Zbiór rozmyty szybkości:

$$\tilde{S} = \{(x, \mu_{\tilde{S}}(x)) \mid x \epsilon [0, 200]\}$$

Przecięcie zbiorów rozmytych:

$$\tilde{C} = \tilde{A} \cap \tilde{B}$$
$$\mu_{\tilde{C}}(x) = min\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}$$

Suma zbiorów rozmytych:

$$\tilde{C} = \tilde{A} \cup \tilde{B}$$
$$\mu_{\tilde{C}}(x) = max\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}$$

Dopełnienie zbiorów rozmytych:

$$\tilde{C} \not\subseteq \tilde{A}$$
$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \mu_{\not\subseteq \tilde{A}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x)\}$$

Załóżmy, że zysk na pewnym produkcie należy do zbioru wartości od 0% do 100%
Duży: wartość 1 otrzymujemy dla 100%, 0 dla 0%.

$$\mu_{\tilde{L}(x)} = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$$

Mały: wartość 1 otrzymujemy dla 0%, 0 dla 100%.

$$\mu_{\tilde{S}(x)} = \frac{x - x_{max}}{x_{min} - x_{max}}$$

Załóżmy, że zysk na pewnym produkcie wynosi około $p = 40\%$.

$$\mu_{\tilde{N}(x)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(\frac{-(x-p)^2}{2\sigma^2}\right)$$

gdzie $\sigma = 0,1(x_{max} - x_{min})$

Załóżmy, że zysk na pewnym produkcie będzie większy niż $p = 40\%$.

$$\mu_{\tilde{G}(x)} = [1 + \exp(\frac{-(x-p)}{2\lambda})]^{-1}$$

gdzie $\lambda = 0,1(x_{max} - x_{min})$

Hedging – wartościowanie

Linguistic hedge: zwiększenie lub zmniejszenie wartości przynależności do zbioru.

Przykład:
Stopień przynależności dla temperatur $T \epsilon [0°C, 40°C]$

$T°C$	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$\mu_{\tilde{H}(T)}$	0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.825	1

Stopień przynależności dla temperatur $T \epsilon [0°C, 40°C]$ dla bardzo gorących

$T°C$	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$\mu_{\tilde{H}(T)}$	0	0.016	0.063	0.141	0.25	0.391	0.563	0.681	1

Zastosowanie: przetwarzanie sygnałów, robotyka, inteligentna kontrola procesu technologicznego, systemy ekspertowe, przetwarzanie obrazów, **teoria podejmowania decyzji**, analiza skupień oraz różne metody poznawania takie jak: algorytmy genetyczne i wnioskowanie indukcyjne.

Przykład z teorii podejmowania decyzji: wybór ceny sprzedaży wyrobów ręcznych.